

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования

"Российский государственный гуманитарный университет" (ФГАОУ ВО "РГГУ")

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ И БЕЗОПАСНОСТИ

КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Программа вступительного экзамена

по прикладной математике на магистерскую программу «Математические методы и модели обработки и защиты информации в социотехнических системах»

Москва 2026

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Настоящая программа вступительного экзамена на магистерскую программу «Математические методы и модели обработки и защиты информации в социотехнических системах» отражает современное состояние данного научного направления и включает важнейшие разделы, знание которых необходимо для поступления на эту программу.

В настоящее время, в свете активной разработки и эксплуатации систем искусственного интеллекта, систем поддержки и принятия решений, а также наличия необходимости обработки больших массивов данных, в том числе, слабо структурированных, особую актуальность приобретает наличие у специалиста компетенций в области математических методов искусственного интеллекта, методов обработки данных и принятия решений. Кроме того, в число современных вызовов входит обеспечение безопасности хранения, обработки и передачи информации, что также реализуется посредством применения соответствующих математических методов, алгоритмического и программного обеспечения.

Для реализации эффективной и защищенной обработки информации современный специалист должен:

- иметь широкий кругозор в области используемых в настоящее время математических методов обработки и защиты информации, быть знакомым с историей развития предмета и быть осведомленным в области основных научных и практических направлений;
- быть компетентным в области использования и разработки как математических методов обработки информации, так и в области базовых методов ее защиты;
- уметь строить модели процессов и систем с дальнейшим их приведением к задачам оптимизации;
- уметь разрабатывать и применять современные алгоритмы решения задач оптимизации.

Поступающий на данную магистерскую программу должен не только владеть необходимым объемом знаний в рамках вузовской подготовки специалистов и бакалавров в области прикладной математики, но и уметь разбираться в теоретических подходах к решению проблем создания систем обработки информации.

В основу программы положены следующие вузовские дисциплины:

«Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Дискретная математика и математическая логика», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Экзамен проводится в устной форме по билетам. Каждый билет содержит два вопроса из разных разделов программы.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Математический анализ

1. Основные элементарные функции. Свойства степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических, обратных тригонометрических функций.
2. Понятия предела числовой последовательности и предела функции. Свойства пределов. Первый замечательный предел. Примеры вычисления пределов.
3. Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва. Примеры. Свойства непрерывных функций. Основные теоремы о непрерывных функциях.
4. Понятие производной функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции и его свойства.
5. Применение производной для исследования свойств функции одной переменной. Условия монотонности, экстремума, выпуклости, точек перегиба функции.
6. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Примеры. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
7. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям. Приложения определенного интеграла.
8. Числовые ряды и признаки их сходимости. Условная и абсолютная сходимость. Степенные ряды. Разложение функции в ряд Тейлора. Ряды Фурье.
9. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Частные производные. Экстремум функции. Двойной интеграл. Его свойства, методы вычисления и приложения.
10. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка. Уравнения высших порядков.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Матрицы и операции над ними. Свойства операций. Ранг матрицы и методы его вычисления. Обратная матрица. Определители. Их свойства и методы вычисления.
2. Системы линейных алгебраических уравнений и методы их решения. Теорема Кронекера - Капелли. Структура решения неоднородной системы линейных уравнений.
3. Линейные пространства. Примеры. Базис. Единственность разложения вектора по базису. Размерность. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
4. Линейные операторы и их свойства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
5. Аналитическая геометрия на плоскости. Метод координат. Линии и их уравнения. Прямая линия. Конические сечения. Исследование общего уравнения второй степени.
6. Аналитическая геометрия в пространстве. Координаты в пространстве. Векторная алгебра. Плоскость. Прямая линия в пространстве. Поверхности 2-го порядка.

Дискретная математика и математическая логика

1. Множества. Операции над множествами. Свойства операций. Диаграммы Эйлера-Венна. Отношения, функции и отображения. Отношения эквивалентности и разбиение на классы.
2. Алгебра высказываний. Булевы функции. Существенные и фиктивные переменные. Понятие формулы. Простейшие тождества. Методы проверки тождеств.
3. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Полиномы Жегалкина. Классы Поста булевых функций. Критерий полноты системы булевых функций (теорема Поста).
4. Исчисление высказываний. Синтаксис и семантика. Аксиомы. Правила вывода. Доказательства в исчислении высказываний. Непротиворечивость и полнота. Логика и исчисление предикатов.

5. Комбинаторика. Правило сложения и правило умножения. Перестановки, размещения, сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Формула включений и исключений.
6. Графы. Матрица смежности и инцидентности. Планарность. Проблема изоморфизма графов. Деревья. Остовное дерево. Бинарные деревья. Кодирование деревьев.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Алгебра случайных событий. Классическая вероятностная схема. Условные вероятности и независимость событий. Формула полной вероятности и формула Байеса.
2. Статистическое определение вероятности. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
3. Случайные величины. Функция распределения и плотность вероятности. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Коэффициент корреляции случайных величин.
4. Биномиальный закон распределения. Закон распределения Пуассона. Их свойства. Вычисление числовых характеристик дискретных случайных величин. Примеры.
5. Равномерный закон распределения, показательный и нормальный законы распределения. Их свойства. Вычисление числовых характеристик непрерывных случайных величин. Примеры.
6. Предельные теоремы теории вероятностей и примеры их применения. Неравенства Маркова и Чебышева. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
7. Основные задачи математической статистики. Точечные оценки параметров распределений. Свойства оценок. Метод моментов и его применение для нахождения точечных оценок параметров распределений. Метод максимума правдоподобия.
8. Понятие интервального оценивания параметров распределений. Ресамплинг. Классическая бутстреп процедура. Построение доверительных интервалов для математического ожидания, дисперсии и других характеристик генеральной совокупности.
9. Принцип практической уверенности. Общая схема проверки статистических гипотез. Ошибки I и II рода. Уровень статистической значимости и p-value. Мощность статистического критерия. Проверка гипотез о равенстве средних двух совокупностей. Примеры.
10. Проверка гипотез о числовых значениях параметров. Проверка гипотез о законе распределения. Проверка гипотез об однородности выборок. Другие задачи проверки статистических гипотез и соответствующие статистические критерии.

Задачи

Математический анализ

1. Построить график функции $y = \frac{\ln x}{x}$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \ln x$ и прямыми $x = e$, $x = e^2$, $y = 0$.
3. Решить дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} + 2xy = xe^{-x^2}$.
4. Исследовать сходимость степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$. Найти его сумму при $-1 < x < 1$.
5. Найти экстремум функции двух переменных $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$.

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Выяснить, приводима ли матрица линейного оператора к диагональному виду

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Исследовать на совместность и найти решение системы уравнений

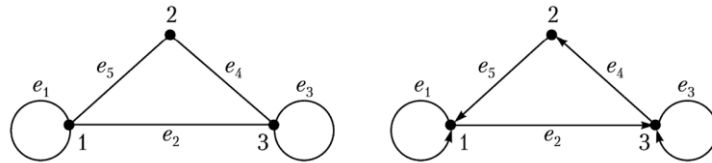
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$$

Дискретная математика и математическая логика

1. Исследовать, является ли полной система булевых функций

$$B = \{xy \oplus yz \oplus zx, xy \oplus z, x \oplus y \oplus z \oplus 1\}.$$

2. Найти матрицу смежности и инцидентности графов. Найти все маршруты длины 3 с началом в вершине 1 и



концом в вершине 2.

3. Проверить верно ли логическое следствие $\{A, B \rightarrow C\} \Rightarrow (A \rightarrow \neg C) \rightarrow \neg B$.

4. Выяснить является ли формула $(b \rightarrow a) \rightarrow ((\neg c \vee \neg a) \rightarrow (\neg c \vee \neg b))$ тавтологией, невыполнимой или нейтральной.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Стрелок стреляет по мишеням и может попасть в мишень с вероятностью 0.8 при каждом выстреле. Найти вероятность того, что третье попадание будет при выстреле с номером 7.

2. Для независимых случайных величин X и Y известны дисперсии: $DX=3.4$ и $DY=1.6$. Найти дисперсию случайной величины $Z = 2X - 5Y$.

3. Вероятность страхового случая по одному договору страхования 0.002. Найти приближенно с точностью до 0.01 вероятность того, что для 15 независимых договоров страхования будет хотя бы один страховой случай.

4. Для количества заказов в интернет-магазин за час по правилу 3-х сигм был найден промежуток $[M-3*S; M+3*S]$, где M математическое ожидание, а S среднее квадратическое отклонение числа заказов за час. Длина этого промежутка равна 30. Найти математическое ожидание числа заказов в интернет-магазин за час.

5. Половина телевизоров некоторой марки безотказно работают более 5 лет. Найти математическое ожидание времени безотказной работы телевизоров этой марки.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТВЕТОВ

76 -100 (отлично)	Абитуриент показывает прочные знания по вопросам программы, ответ отличается глубиной и полнотой; уверенное владение понятийным аппаратом; умение делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы на дополнительные вопросы, приводит примеры; свободное владение речью, логичность и последовательность ответа.
51-75 (хорошо)	Абитуриент демонстрирует достаточные знания по вопросам программы, ответ полный; владение понятийным аппаратом; умение, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы на дополнительные, приводить примеры; свободное владение речью, логичность и последовательность ответа. Допускается одна - две неточности в ответе.
30-50 (удовлетворительно)	Абитуриент даёт ответ, свидетельствующий в основном о знании вопросов программы, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой; знает основные вопросы теории; показывает недостаточное умение давать аргументированные ответы и приводить примеры; демонстрирует недостаточно свободное владение речью, недостаточную логичность и последовательность ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа.
Менее 30 (неудовлетворительно)	Ответ обнаруживает незнание вопросов программы, отличается неглубоким и неполным раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, абитуриент не умеет давать аргументированные ответы на дополнительные вопросы, слабо владеет речью, демонстрирует отсутствие логичности и последовательности. Имеются серьезные ошибки в содержании ответа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 4-е, стер. - М.: Лань, 2004. - Ч. 1. - 2004. - 440 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 4-е, стер. - М.: Лань, 2004. - Ч. 2. - 2004. - 463 с.
3. Краснова С. А. Основы математического анализа : учеб. пособие / С. А. Краснова, В. А. Уткин ; [отв. ред. В. В. Кульба ; Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Рос. гос. гуманитарный ун-т"]. - М.: РГГУ, 2010. - 557 с.: рис.
4. Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука.
Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.
5. *Шипачев, В. С.* Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник и практикум для вузов / В. С. Шипачев. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 212 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04282-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492009> .
6. *Ильин, В. А.* Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513351> .
7. 1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для студентов вузов. - Изд. 10-е., испр. - М. : Физматлит, 2004. - 303 с.
8. 2. Беклемишев Д. В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры / Д. В. Беклемишев. - Москва : Физматлит, 2017. - 190 с.
9. 3. Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре : учебник / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0427-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210164>
10. Аналитическая геометрия в примерах и задачах: Учебное пособие / Бортаковский А.С., Пантелеев А.В., - 2-е изд., стер. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). — ISBN 978-5-16-011202-2 - Текст : электронный. - URL: <https://new.znaniium.com/catalog/product/515990>
11. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Б. Гисин. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 383 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00228-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/432144>
12. Баврин, И. И. Дискретная математика. Учебник и задачник : для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 193 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07917-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511780> .
13. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 483 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11613-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511483>.
14. Таранников, Ю. В. Дискретная математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Ю. В. Таранников. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 385 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01180-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511496> .
15. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др.] ; под научной редакцией А. Н. Сесекина. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. —

108 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08214-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539042> .