

**Естественные языки и языки науки:
проблемы порождения и
понимания текстов**

17 апреля 2014, типологический семинар ИЛ ОГГУ

**Г.Е. Крейдлин, Г.Б.Шабат
(РГГУ, Москва)**

План доклада

- **1. Языки науки в сравнении с естественными бытовыми языками**
- **2. Языки геометрии и геометрические тексты. Общие замечания**
- **3. Когнитивные операции над текстами**
- **4. Описание языков геометрии**
- **5. Как лингвистика и математика могут помочь друг другу?**

Языки науки в сравнении с бытовыми языками

- Язык науки или языки науки?
- Взаимодействие языков науки друг с другом и с бытовым языком;
- Основные жанры текстов на языках науки: нарративы, интеррогативы, императивы.

Языки геометрии и геометрические тексты

- Почему геометрия?
- Планиметрия и стереометрия;
- Язык геометрии в преподавании;
- Конструктивность.

Примеры основных видов геометрических текстов

- Определение
 - *Параллелограммом* называется **четырёхугольник**, противоположные стороны которого **параллельны**.
- Аксиомы (постулаты)
 - *(1-й постулат Евклида)* Через две **точки** можно провести **прямую**, причём единственную.
- Теорема
 - *Медианы любого* треугольника пересекаются в одной точке.
- Доказательство
 - *Медиана, проведённая к гипотенузе, равна её половине.* Действительно, точка пересечения медианы с гипотенузой есть центр описанной окружности

Когнитивные операции над текстами

- *Специализация*
- *Универсализация*
- *Десигнация*
- *Экзистенциализация*

Специализация (опускание квантора общности)

- **Пример:** формула суммы геометрической прогрессии

$$\forall q, n;$$

- **ВХОД**

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

$$1 + 2 + 4 + \dots + 1024 = 2047$$

=====

- **ВЫХОД**

$$\forall q;$$

$$1 + q = \frac{q^2 - 1}{q - 1},$$

$$1 + q + q^2 = \frac{q^3 - 1}{q - 1}$$

Универсализация

(навешивание квантора общности)

- Пример: сумма последовательных натуральных нечётных чисел

- **ВХОД:**
 - $1 = 1^2,$
 - $1 + 3 = 2^2,$
 - $1 + 3 + 5 = 3^2,$
 - ...

ВЫХОД:

$$\forall n;$$
$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Десигнация (снятие квантора существования)

Пример: разрешимость квадратного уравнение

$$\exists x; x^2 = 2$$

Читается: *существует икс, квадрат которого равен двум*

Называние положительного корня данного уравнения предполагает расширение алгебраического языка, на котором оно написано:

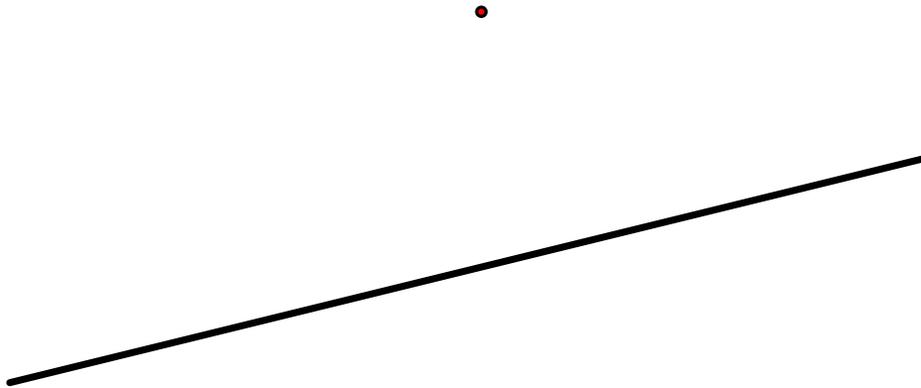
$$x = \sqrt{2}$$

Читается: *такой икс равен корню из двух*

Экзистенциализация

(навешивание квантора существования)

Вход: *эта* точка лежит вне данной прямой



Выход: *существует* точка вне данной прямой

Некоторые другие когнитивные операции над текстами

- Номинация объектов;
- Введение обозначений;
- Построение новых текстов по заданному: аннотация, реферат, список ключевых слов...;
- Перевод;
- ...

Языки геометрии

- Естественно-подобный язык;
- язык чертежей;
- формальный язык;



- координатный язык;
- язык движений.

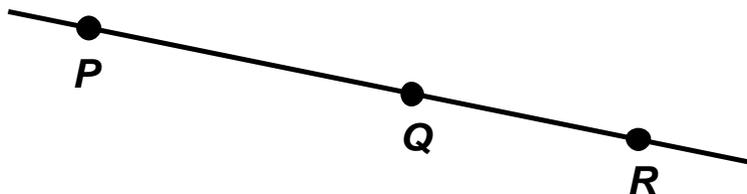
Естественно-подобный язык: лексика (1)

- соединение слов и словосочетаний естественного языка и математических терминов;
- ориентация на корпуса математических текстов и на словари математических терминов;
- отсутствие экспрессивно окрашенных слов, глаголов, существительных и других единиц многих семантических классов;

Два сокращения

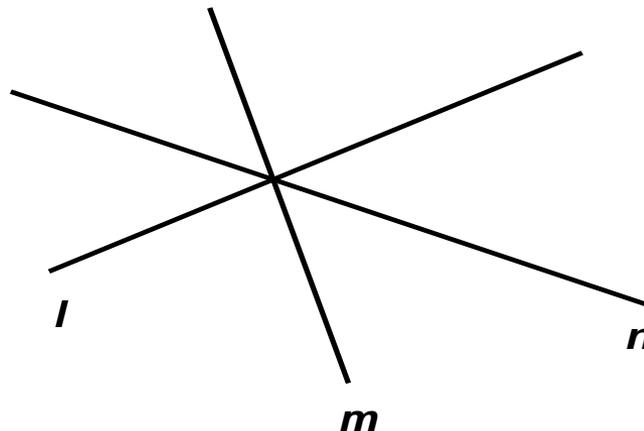
коллинеарность трёх точек

$$\text{col}(P, Q, R) : \Leftrightarrow \exists l; [[P \in l] \wedge [Q \in l] \wedge [R \in l]]$$



копоятность трёх прямых

$$\text{cop}(l, m, n) : \Leftrightarrow \exists P; [[P \in l] \wedge [P \in m] \wedge [P \in n]]$$



Естественно-подобный язык: лексика (2)

- содержит как всем известные со школы единицы *катет, медиана, параллелограмм, касательная, ...*, так и единицы *конгруэнтность, поляра, изогональное сопряжение* и пр., не входящие в стандартную школьную лексику;
- особая сочетаемость слов, омонимичных или полисемичных лексемам повседневного русского языка (ср. **опустить** *высоту* (даже на боковую сторону треугольника!), но не ***опустить** *медиану*);
- специфический словообразовательный потенциал геометрических терминов: не образуются прилагательные от существительных *катет, гипотенуза, окружность, ...*, нет наречий, от слов *равносторонний, квадратный, барицентрический*; редки сложные слова и аббревиатуры (исключение – ГМТ, “геометрическое место точек”).

Естественно-подобный язык: грамматика

- панхрония текстов;
- ярко выраженная модальность и иллокутивные функции предложения;
- относительно бедная морфология: не выражены категории уменьшительности и ласкательности, (нельзя сказать **гипотенузка* или **равнобедренный*), ограничена выразимость категория репрезентации у прилагательных (**угол прям/туп*), многие прилагательные не имеют степеней сравнения (**равностороннее*);
- особые правила порядка слов в предложении, например, формулировки теорем в геометрии обычно открываются миропорождающими обстоятельствами и предикатами;
- широко представлен эллипсис кванторных слов.

Естественно-подобный язык: невербальные знаки и их виды

символьные обозначения объектов и отношений:

\square , \angle , \square , \perp , $=$, \in

- скобки разных видов: $()$, $[]$, $\{\}$, $\langle \rangle$;
- шрифтовые и графические разметки: курсив для формулировок и для определяемых объектов;
- стрелки разных видов \rightarrow , \mapsto , \Rightarrow , \Leftrightarrow , ...
- знаки членения математических текстов: центрирование и нумерация формул, знаки начала и конца доказательства $\&$ $\%$

Язык планиметрических чертежей (1)

- Язык чертежей – преимущественно невербальная знаковая система;
- понятие чертежа основано на неопределяемых понятиях *точки*, *прямой* и *евклидовой плоскости* как универсального множества точек (в планиметрии);
- *планиметрические объекты* (подмножества плоскости) делятся на простые и сложные;

Язык планиметрических чертежей (2)

К **простым** геометрическим объектам относятся

- «линии»: *прямые, лучи, отрезки, окружности и дуги окружностей*;
- «области»: подмножества плоскости, *ограниченные объединениями линий (круги, секторы,...* точное определение областей *длинно и нетривиально*).

К **сложным** геометрическим объектам относятся подмножества плоскости, получаемые применением операций пересечения, объединения и дополнения к простым геометрическим объектам и точкам.

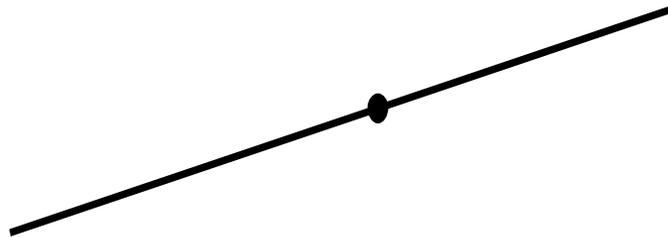
Язык планиметрических чертежей (3)

Два понятия чертежа:

- изображение геометрического объекта (как простого, так и сложного);
- под чертежом с эллинистических времён понимаются только те изображения геометрических объектов, которые теоретически могут быть построены *циркулем* и *линейкой*. Под *линейкой* в геометрии понимается произвольное средство проведения прямых (без делений), а под циркулем – любое средство проведения окружностей и дуг окружностей.

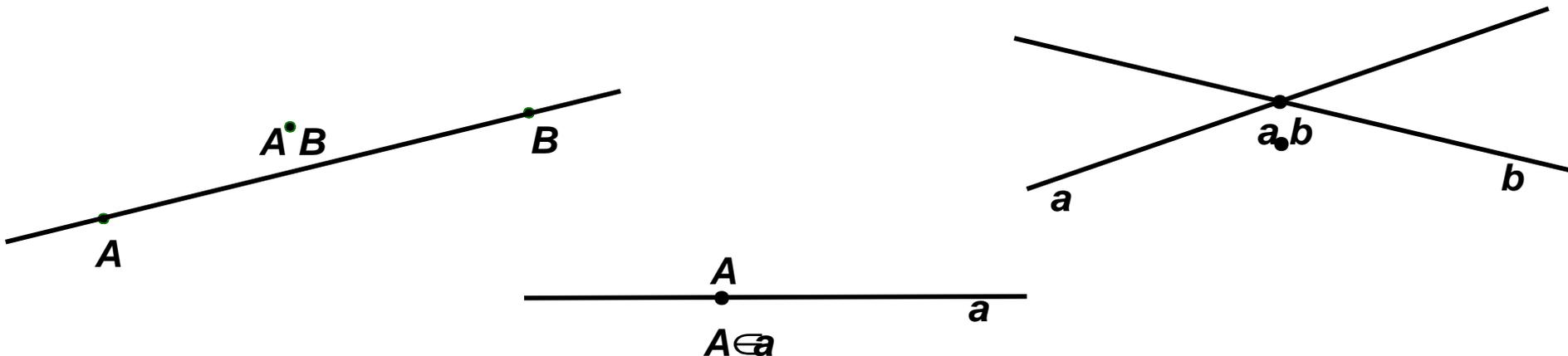
Язык планиметрических чертежей (4)

- компьютерные чертежи: динамика, цвет;
- изображение на чертежах некоторых объектов и отношений: *равенство* (требуется дополнительные средства) и *инцидентность*

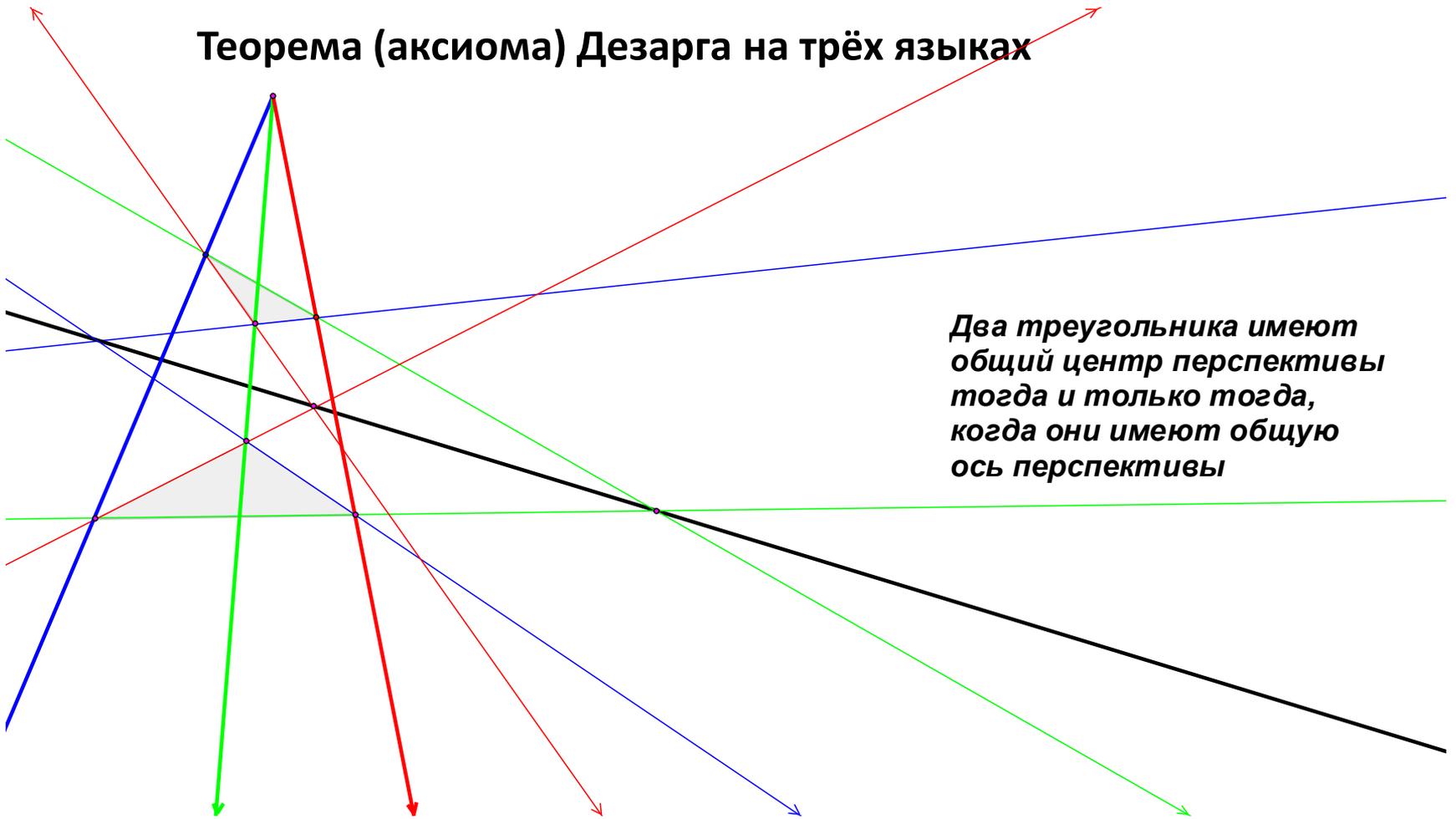


Об одном фрагменте формального языка планиметрии

- Обозначения точек: $A, B, \dots, A_1, B_1, \dots$ и прямых: $a, b, \dots, a_1, b_1, \dots$;
- Две операции: прямая $A \bullet B$ через (разные) точки A, B и точка пересечения $a \bullet b$ (непараллельных) прямых a и b ;
- Два предиката: быть равными $=$, быть инцидентными \in ;



Теорема (аксиома) Дезарга на трёх языках



*Два треугольника имеют
общий центр перспективы
тогда и только тогда,
когда они имеют общую
ось перспективы*

$\forall A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2;$

$\text{cop}(A_1 \bullet A_2, B_1 \bullet B_2, C_1 \bullet C_2) \Leftrightarrow \text{col}((A_1 \bullet B_1) \bullet (A_2 \bullet B_2), (A_1 \bullet B_1) \bullet (A_3 \bullet B_3), (A_2 \bullet B_2) \bullet (A_3 \bullet B_3))$



Рене Декарт ([1596](#) – [1650](#))



Феликс Клейн ([1849](#)—[1925](#))

Основной тезис

- *полное понимание человеком данного геометрического текста проверяется его способностью к переводу текста на все пять языков геометрии и к установлению всех возможных соответствий между фрагментами данного текста на каждом из языков.*

Вместо заключения: взаимодействие лингвиста и математика

- общий взгляд на природу знания;
- анализ и синтез языков представления знаний;
- проблемы переводимости с каждого из этих языков на любой другой;
- установление взаимопонимания между лингвистом и математиком: поиск общих тем, аналогий, языков и других возможных точек соприкосновения.

Публикации

- Крейдлин Г.Е., Шабат Г.Б. *Теорема как вид текста I. Когнитивные операции и понятность*. Москва, Вестник РГГУ, 8, **2007**, 102 – 112.
- Крейдлин Г.Е., Шабат Г.Б. *Теорема как вид текста II. Когнитивные операции над формулировками теорем*. Москва, Вестник РГГУ, 11, **2011**, 241 – 270.
- Г.Е.Крейдлин, Г.Б.Шабат. *Когнитивные операции на пути к пониманию текста*. Präsens, Сборник научных трудов, Москва, **2012**, 251 – 265.
- Grigory E.Kreidlin, George B. Shabat. *The cognitive operations over the texts*. Пятая международная конференция по когнитивной науке: тезисы докладов. Калининград, **2012**, 101 – 102.
- Г.Е. Крейдлин, Г.Б. Шабат. *Естественный язык и язык геометрических чертежей: точки соприкосновения*, **2014**, в печати.
- Г.Е. Крейдлин, Г.Б. Шабат. *Формальный язык геометрии*, **2014**, готовится к печати.