

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

*ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ*

*Кафедра моделирования в экономике и управлении*

***ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ***

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

по направлению подготовки

38.03.01 «Экономика»

Направленность: «Экономика бизнеса»

Уровень квалификации выпускника – бакалавр

Формы обучения: очная

Москва 2019

*Экономико-математические модели*  
Рабочая программа дисциплины

Составитель:

канд. физ.-мат. наук, доцент *С.А.Махов*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
моделирования в экономике и управления  
№ 16 от 18.06.2019 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка .....	4
1.1 Цель и задачи дисциплины .....	4
1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине.....	4
1.3. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы .....	5
2. Структура дисциплины .....	5
3. Содержание дисциплины.....	9
4. Образовательные технологии.....	11
5. Оценка планируемых результатов обучения .....	11
5.1. Система оценивания.....	11
5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине .....	12
5.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности. ....	14
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	15
6.1. Список источников и литературы.....	15
6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины (модуля).....	16
7. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	16
8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья .....	16
9. Методические материалы .....	17
9.1. Планы практических занятий .....	17
9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	21
Приложение 1. Аннотация дисциплины .....	22

# 1. Пояснительная записка

## 1.1 Цель и задачи дисциплины

Цель – сформировать у студентов представление об основных принципах построения математических моделей экономических процессов и явлений, познакомить с мировыми достижениями в области экономико-математического моделирования, демонстрирующими плодотворность подхода к изучению законов экономического развития с помощью построения и исследования математических моделей.

### Задачи дисциплины:

- научить учащихся применять основные приемы экономико-математического моделирования;
- использовать на практике результаты, полученные при теоретическом исследовании экономико-математических моделей.

## 1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

<i>Коды компетенции</i>	<i>Содержание компетенций</i>	<i>Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине</i>
<i>ОПК-2</i>	способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<i>Знать:</i> основные математические модели рационального поведения экономических агентов, экономической динамики и равновесия в экономических системах; принципы применения математических методов и информационных технологий для принятия управленческих решений на хозяйственно-экономических объектах. <i>Уметь:</i> использовать современные информационные технологии для обработки экономических данных и анализа результатов расчетов. <i>Владеть:</i> навыками применения современного математического инструментария для решения задач социально-экономического содержания.
<i>ПК-4</i>	способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты	<i>Знать:</i> наиболее значимые для практики теоретические результаты, полученные при исследовании экономико-математических моделей. <i>Уметь:</i> формулировать задачи в соответствующей области деятельности на языке экономико-математического моделирования; анализировать построенные формализованные модели; применять результаты теоретических исследований экономико-математических моделей при подготовке принятия экономических решений. <i>Владеть :</i> навыками применения

		экономико-математического моделирования..
--	--	-------------------------------------------

### 1.3. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Экономико-математические модели» относится к вариативной части блока дисциплин учебного плана и реализуется на экономическом факультете ИЭУП РГГУ

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Линейная алгебра».

В результате освоения дисциплины формируются компетенции, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Экономико-математические методы», «Эконометрика», «Методы оптимальных решений».

## 2. Структура дисциплины

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з. е., 72 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 28 ч., самостоятельная работа обучающихся 44 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)						Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации ( <i>по семестрам</i> )
			контактная					Самостоятель- ная работа	
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточ- ная аттестация		
1.	Модели потребительского выбора	3	2		2			8	приём практических заданий
2.	Функции спроса	3	2		2			8	приём практических заданий письменный экспресс-опрос
3.	Модели поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции	3	2		2			8	приём практических заданий
4.	Модели общего экономического равновесия	3	2		2			8	приём практических заданий
5.	Модели развития экономики	3	2		4			8	приём практических заданий письменный экспресс-опрос
6.	Модели поведения фирмы в условиях	3	2		4			4	Итоговой опрос в письменно-

	несовершенной конкуренции								устной форме по лекционному материалу
	Зачёт								Итоговая контрольная работа
	итого:		12		16			44	

### 3. Содержание дисциплины

#### ТЕМА 1 Модели потребительского выбора

Отношение предпочтения. Основные предположения современной теории поведения потребителя. Транзитивность предпочтений. “Ненасыщаемость” потребителя. Классы эквивалентности наборов товаров. Функции полезности: определение, общие свойства и примеры. Предельные полезности и направление наибольшего роста функции полезности. Закон убывающей предельной полезности. Линии безразличия функции полезности и их свойства. Карта линий безразличия. Бюджетное множество. Бюджетная линия. Графическая интерпретация бюджетного множества в случае наборов из двух товаров. Изменение бюджетной линии при изменении цены одного из товаров. Изменение бюджетной линии при изменении величины дохода потребителя. Задача потребительского выбора: математическая формулировка и геометрическая интерпретация. Необходимые условия оптимальности выбора потребителя. Решение задачи потребительского выбора в случае набора из двух товаров: алгебраический и геометрический подход.

#### ТЕМА 2 Функции спроса

Изменение оптимального потребительского набора при изменении дохода потребителя при неизменных ценах на товары. Линия «доход-потребление». Изменение оптимального потребительского набора при изменении цены одного из товаров при прочих неизменных условиях. Линия «цена-потребление». Эффект замены и эффект дохода: объяснение на примере набора из двух товаров. Понятие реального дохода. Уравнение Слуцкого: краткая формулировка. Графическая модель разложения общего эффекта изменения спроса (при изменении цены одного из товаров) на эффект замены и эффект дохода. Вычисление эффекта замены и эффекта дохода по уравнению Слуцкого в конечных разностях. Поиск набора товаров, который при новом уровне цен имеет исходный уровень полезности для потребителя. Норма замещения. Предельная норма замещения и предельные полезности благ. Компенсация, необходимая потребителю для приобретения набора товаров, который при новом уровне цен имеет исходный уровень полезности для потребителя. Уравнение Слуцкого в дифференциальной форме. Экономический смысл уравнения Слуцкого. Следствия уравнения Слуцкого. Взаимозаменяемость и взаимодополняемость товаров. Функции спроса. Пример нахождения функции спроса в случае мультипликативной функции полезности (на примере задачи оптимального выбора набора из двух товаров). Свойство однородности. Эластичность функции спроса. Коэффициенты эластичности. Эластичность функции спроса по цене. Эластичный, неэластичный, абсолютно (совершенно) эластичный, совершенно неэластичный спрос. Эластичность функции спроса по доходу. Перекрестная эластичность функции спроса по цене. Построение линейной функции спроса по значению эластичности спроса по цене. Закономерности изменения эластичности спроса по цене в случае линейной функции спроса.

#### ТЕМА 3 Модели поведения фирмы в условиях совершенной конкуренции

Основная цель фирмы. Функции выпуска продукции; производственные функции затрат ресурсов. Количественная зависимость выпуска продукции от затрат ресурсов. Производственная функция (ПФ): определение и примеры. Функция Кобба-Дугласа и ее свойства. Экономико-математические характеристики производственных функций. Средние и предельные показатели производственных функций: производительность труда, фондоотдача (капиталоотдача). Фондовооруженность (капиталовооруженность) труда. Коэффициенты эластичности производственных функций. Эластичность выпуска по фондам – отношение предельной фондоотдачи к средней фондоотдаче. Эластичность выпуска по труду – отношение предельной производительности труда к его средней производительности. Эластичность производства. Возрастающая, убывающая, постоянная отдача от масштаба производства. Норма замещения затрат труда производственными фондами (капиталом). Связь предельной нормы замещения и фондовооруженности. Эластичность замещения. Производственная функция CES – ПФ с постоянной эластичностью замещения. Математическая формулировка цели деятельности фирмы. Доход, издержки, прибыль. Предельный доход и предельные издержки фирмы. Универсальный критерий и универсальное правило выбора для производителя. Рынок, его функции и роль. Совершенная конкуренция: четыре основные характеристики и следствия из них. Модели фирмы в условиях совершенной конкуренции: долгосрочный период. Модель в терминах объема выпускаемой фирмой продукции. Модель в терминах объемов затрачиваемых ресурсов. Модель с двухфакторной производственной функцией. Способ производства как соотношение труда и капитала. Цена труда и цена капитала. Локальное (частичное) рыночное равновесие. Фундаментальный факт теории фирмы. Предельная норма замещения и цены: необходимое условие оптимальности выбора способа производства. Условия единственности локального равновесия. Функции спроса на ресурсы – зависимость оптимальных объемов затрачиваемых ресурсов от цен на них и производимую продукцию. Взаимосвязь максимизации прибыли и минимизации издержек. Функция издержек как функция объема выпускаемой продукции. Функция предложения выпуска – зависимость объема выпускаемой продукции от цен на продукцию и ресурсы. Модели фирмы в условиях совершенной конкуренции: краткосрочный период. Ограниченность ресурсов. Невыполнение необходимого условия оптимальности выбора способа производства. Поиск оптимального соотношения ресурсов и функции предложения.

#### **ТЕМА 4 Модели общего экономического равновесия**

Общее экономическое равновесие и его моделирование. Основные идеи Вальраса по моделированию экономики. Гипотеза Вальраса о существовании общего экономического равновесия. Конкурентный рыночный механизм. Конкурентное равновесие. Технологические множества. Функция предложения. Описание модели Вальраса. Участники экономической системы Вальраса. Функции совокупного спроса и совокупного предложения. Конкурентное равновесие по Вальрасу. Законы Вальраса. Существование конкурентного равновесия в модели Вальраса. Алгоритм формирования цен. Паутинообразная модель. Модель Эрроу-Гурвица.

#### **ТЕМА 5 Модели развития экономики**

Описание модели Неймана. Товары, базисные производственные процессы. Матрица затрат и матрица выпуска. Стационарные траектории интенсивностей работы отраслей экономики. Технологический темп роста. Динамическое равновесие в модели Неймана. Динамическая модель Леонтьева. Материальные балансы. Динамическое равновесие в модели Леонтьева. Магистральная теория. Качественное поведение оптимальных траекторий интенсивностей. Луч Неймана и магистраль. Содержательный смысл теоремы Моришимы о магистрали. Интерпретация, предложенная Дорфманом, Самуэльсоном и Солоу. Определение значения максимального технологического роста и

магистрала по матрице затрат динамической модели Леонтьева. Оптимальная стационарная траектория развития экономики. Модель Солоу. Моделирование динамики экономики с использованием производственных функций. Ключевые факторы экономического роста. Экзогенное и эндогенное описание научно-технического прогресса. Трудосберегающий, капиталосберегающий и нейтральный технический прогресс. Описание модели Солоу. Отличительные черты и основные предположения. Постоянство норм сбережений и выбытия капитала. Свойства производственной функции: убывание предельной производительности и постоянная отдача от масштаба. Производственная функция в интенсивной форме. Единица труда с постоянной эффективностью. Предположения о темпе роста численности занятых в производстве и темпе трудосберегающего технического прогресса. Ключевое соотношение модели Солоу. Состояние устойчивого равновесия в модели Солоу и его свойства. Устойчивый уровень капиталовооруженности. Влияние изменения нормы сбережения. Проблема выбора оптимальной нормы сбережения. «Золотое» правило накопления.

#### **ТЕМА 6 Модели поведения фирмы в условиях несовершенной конкуренции**

Разновидности рынка несовершенной конкуренции и их отличительные черты. Характеристика рынка монополистической конкуренции. Модель поведения фирмы в условиях монополистической конкуренции. Виды олигополий. Примеры. Количественная олигополия. Ценовая олигополия. Зависимость прибыли олигополиста от предложения конкурента. Дуополия Курно. Предположение о неизменности объема выпуска конкурента. Линия реакции олигополиста. Конкурентное равновесие.

### **4. Образовательные технологии**

При реализации программы дисциплины «Экономико-математические модели» используются: проблемный метод изложения лекционного материала, междисциплинарное обучение, дискуссия по наиболее сложным вопросам темы на семинарских занятиях, анализ реальных проблемных ситуаций, самостоятельная работа студентов подразумевает работу под руководством преподавателей (консультации и помощь при выполнении практических заданий).

В традиционных формах обучения 70 % занятий, в активных формах обучения 30 %. Лекционные и семинарские занятия проводятся в соответствии с рабочими учебными планами. Объем курса – 72 ч.

*Методы изучения дисциплины и организационные формы проведения занятий.* В целях усвоения материала программы “Экономико-математические модели” предусматривается:

- чтение лекций;
- проведение семинарских занятий.

С целью активизировать работу студентов при освоении теоретического материала, изложенного на лекциях, при проведении практических занятий проводится устный и письменный экспресс-опрос студентов по вопросам теории, практические занятия по итогам тематических разделов проводятся в виде консультаций и коллоквиумов.

По курсу "Экономико-математические модели" предусматриваются следующие формы контроля знаний студентов в соответствии с рабочим учебным планом и принятой в университете рейтинговой системой оценки знаний студентов, по результатам которых выставляется зачет:

- проведение письменных экспресс-опросов по лекционному материалу;
- выполнение заданий на семинарских занятиях и домашних заданий;
- выполнение итоговой контрольной работы;
- проведение итогового опроса в письменно-устной форме по лекционному материалу.



## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Общая оценка успеваемости студента по предмету выставляется за совокупный результат:

- активного участия студента в семинарских занятиях, регулярного выполнения домашних заданий (максимальное количество баллов – 20);
  - качества усвоения лекционного материала в ходе изложения курса (2 письменных экспресс-опроса по 10 баллов максимально каждый);
  - подготовленности к итоговому опросу в письменно-устной форме (максимальное количество баллов – 20);
  - выполнения итоговой контрольной работы (максимальное количество баллов – 40).
- Промежуточная форма контроля – *зачет*.

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, набравшему не менее 50 баллов в результате суммирования баллов, полученных при текущем контроле и промежуточной аттестации. Полученный совокупный результат (максимум 100 баллов) конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82			C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

### 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ С	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	«удовлетвори-тельно»/ «зачтено (удовлетвори-тельно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		<p>приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

#### 5.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

По итогам изучения каждой темы проводятся устные и письменные экспресс-опросы в рамках контрольных вопросов по курсу.

##### Контрольные вопросы по курсу ОПК-2

1. Отношение предпочтения.
2. Функции полезности: общие свойства и примеры.
3. Закон убывающей предельной полезности.
4. Функции полезности: кривые безразличия.
5. Бюджетное множество.
6. Задача потребительского выбора.
7. Решение задачи потребительского выбора в случае набора из двух товаров.
8. Влияние изменений дохода и цен на величину спроса.
9. Линии «доход-потребление» и «цена-потребление».
10. Функции спроса.
11. Эластичность функции спроса по цене и доходу.
12. Перекрестная эластичность функции спроса по цене.
13. Норма замещения.
14. Эффект замены и эффект дохода.
15. Уравнение Слуцкого.
16. Взаимозаменяемость и взаимодополняемость товаров.
17. Математическая формулировка цели деятельности фирмы.

##### ПК-4

18. Универсальный критерий и универсальное правило выбора для производителя.
19. Моделирование технологии производства.
20. Производственные функции: определение и примеры.
21. Экономико-математические характеристики производственных функций.
22. Средние и предельные показатели производственных функций.
23. Коэффициенты эластичности производственных функций.
24. Эластичность замещения. Производственная функция CES.
25. Совершенная конкуренция: четыре основные характеристики.
26. Модели фирмы в условиях совершенной конкуренции: долгосрочный период.
27. Локальное равновесие. Фундаментальный факт теории фирмы.
28. Предельная норма замещения и цены: необходимое условие оптимальности выбора способа производства.
29. Модели фирмы в условиях совершенной конкуренции: краткосрочный период.
30. Разновидности рынка несовершенной конкуренции и их отличительные черты.

31. Модель фирмы в условиях монополистической конкуренции.
32. Виды олигополий. Примеры.
33. Равновесие в модели дуополии Курно.
34. Общее экономическое равновесие и его моделирование.
35. Технологические множества. Функция предложения.
36. Основные идеи Вальраса по моделированию экономики.
37. Конкурентный рыночный механизм.
38. Описание модели Вальраса.
39. Функции совокупного спроса и совокупного предложения.
40. Конкурентное равновесие по Вальрасу.
41. Законы Вальраса.
42. Алгоритм формирования цен.
43. Описание модели Неймана.
44. Динамическое равновесие в модели Неймана.
45. Динамическая модель Леонтьева.
46. Магистральная теория. Содержательный смысл теоремы о магистральной.
47. Определение значения максимального технологического роста и магистральной в динамической модели Леонтьева.
48. Моделирование динамики экономики с использованием производственных функций.
49. Виды научно-технического прогресса.
50. Модель Солоу: отличительные черты и основные предположения.
51. Описание модели Солоу.
52. Состояние устойчивого равновесия в модели Солоу и его свойства.
53. Модель Солоу: «золотое» правило накопления.

*Типовые задачи итоговой контрольной работы*

1. Предпочтения потребителя заданы в виде функции полезности
 
$$U(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + x_2,$$
 где  $x_1$  и  $x_2$  – объемы потребления 1-го и 2-го товаров, соответственно.  
 Доход равен 10 ден.ед. Цены 1-го и 2-го товаров, соответственно, равны:  $p_1 = 1$  и  $p_2 = 2$ . Найти оптимальный потребительский набор товаров.
2. Предпочтения потребителя и доход заданы также как в задаче 1. Цена 1-го товара увеличилась вдвое:  $p_1 = 2$ , цена 2-го товара не изменилась:  $p_2 = 2$ . Найти эффект замены и эффект дохода.
3. Производственная функция имеет вид  $f(L, K) = \sqrt[3]{L \cdot K}$ . Цены ресурсов, соответственно, равны: цена труда  $p_1 = 5$ , цена капитала  $p_2 = 20$ .  
 Найти функцию издержек и функцию предложения в долгосрочном периоде.  
 или  
 Найти функцию издержек и функцию предложения в краткосрочном периоде, если объем капитала фиксирован и равен 64.
4. Рассмотрим рынок продукта, производимого в добывающей отрасли и являющегося сырьем для перерабатывающей отрасли.  
 Пусть в добывающей отрасли 3 предприятия, у которых удельные себестоимости, соответственно, равны:  $c_1 = 2$ ,  $c_2 = 5$  и  $c_3 = 8$ , а максимальные объемы производства, соответственно, равны:  $V_1 = 3$ ,  $V_2 = 3$  и  $V_3 = 3$ .  
 Пусть в перерабатывающей отрасли 3 предприятия, у которых резервные цены, соответственно, равны:  $r_1 = 3$ ,  $r_2 = 6$  и  $r_3 = 8$ , а максимальные объемы переработки сырья, соответственно, равны:  $W_1 = 3$ ,  $W_2 = 2$  и  $W_3 = 3$ .

Найти конкурентное равновесие.

5. Найти максимальный технологический рост и магистраль в динамической модели

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Леонтьева, задаваемой матрицей затрат  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ .

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Список источников и литературы

#### *Основная литература*

1. Колпаков В.Ф. Экономико-математическое и эконометрическое моделирование: Компьютерный практикум : Учебное пособие; ВО – Бакалавриат. – М. : ИНФРА-М, 2018. - 396 с. <http://new.znanium.com/go.php?id=975797>
2. Кундышева, Е. С. Математические методы и модели в экономике : учебник для бакалавров / Е. С. Кундышева ; под науч. ред. проф. Б. А. Сулакова. — 2-е изд. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. — 286 с. - ISBN 978-5-394-03138-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1091164>

#### *Дополнительная литература*

1. Ващекин, А. Н. Математические методы и модели в экономике : учебное пособие / А. Н. Ващекин, В. Ю. Квачко, Е. В. Царькова ; под. ред. Е. В. Царьковой. - Москва : РГУП, 2019. - 158 с. - ISBN 978-5-93916-716-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1194065>

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины (модуля)

1. Клепикова М.Г. Экономико-математические модели. [Электронный ресурс]: Учебно-методический комплекс / М.Г. Клепикова – 2011 - Режим доступа: <http://meu.rsuh.ru/lepikova/lepikova.disciplines.htm>
2. Яковлева Е.Б. Микроэкономика [Электронный ресурс]: Электронный учебник системы дистанционного обучения С.-Петербургского госуниверситета информационных технологий, механики и оптики. - [сop. 2003 - 2008]. – Режим доступа: [http://de.ifmo.ru/bk\\_netra](http://de.ifmo.ru/bk_netra)
3. Основы математической экономики [Электронный ресурс]. - Электронные данные. - [ЧелГУ, сop. 2008]. – Режим доступа: [http://www.csu.ac.ru/~rusear/ME\\_Ruda/](http://www.csu.ac.ru/~rusear/ME_Ruda/)

### Перечень БД и ИСС

1. Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки: Web of Science, Scopus.
2. Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки: Журналы Oxford University Press, ProQuest Dissertation & Theses Global, SAGE Journals, Журналы Taylor and Francis

3. Профессиональные полнотекстовые БД: JSTOR, Издания по общественным и гуманитарным наукам.
4. Компьютерные справочные правовые системы: Консультант Плюс, Гарант.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекций необходима аудитория соответствующих размеров, оборудованная проектором и доской (обычной меловой или маркерной). Для проведения лабораторных работ – стандартная аудитория с доской (маркерной) для решения задач, проведения обсуждений и дискуссий.

## **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа.

для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

для слепых и слабовидящих:

- устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
- дисплеем Брайля PAC Mate 20;
- принтером Брайля EmBraille ViewPlus;

для глухих и слабослышащих:

- автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;

- акустический усилитель и колонки;

для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы практических занятий

Семинарские занятия проводятся в соответствии с рабочими учебными планами специальности. Их *цель* – разъяснение на простых примерах содержания математически сложных теоретических результатов, полученных для широкого спектра экономико-математических моделей, разработанных как для микроэкономического анализа экономической активности отдельных экономических агентов, так и для макроэкономического анализа экономической системы как целого.

*Особенности проведения семинарских занятий.* Темы семинарских занятий отражают последовательность изучения курса в соответствии с программой и выбраны исходя из их значения для изучения курса. Для семинарских занятий из широкого спектра теоретических моделей экономической динамики и равновесия выбраны наиболее характерные и не требующие привлечения сложного математического аппарата. Такой

подход упрощает восприятие сложных математических конструкций, что существенно для студентов гуманитарного университета.

*Форма проведения занятий* – решение задач по ключевым положениям теоретического курса. Для эффективного участия в семинарах рекомендуется повторение теоретического материала и выполнение домашних заданий. На оценку работы студентов на семинаре влияет правильность и скорость решения предлагаемых задач, умение объяснить другим студентам свое решение, правильность ответов на вопросы по теоретическому курсу. Предусматривается разное количество задач для студентов с разной степенью подготовленности и способности решать математические задачи: есть необходимый минимум, который по окончании семинара должны уметь решать все (эти задачи составляют основу контрольных работ), и их разбору на семинаре уделяется особое внимание. Для лидеров подготовлены задачи повышенной сложности, которые они могут решать в собственном темпе после выполнения основных заданий.

### **Практическое занятие № 1.**

**Тема:** Задача потребительского выбора

**Цель:** приобретение навыков постановки и решения задач потребительского выбора.

**Форма проведения** – обсуждение и решение задач на семинаре.

Вопросы для обсуждения

1. Общий вид задачи потребительского выбора при ограниченном денежном доходе, известных ценах на приобретаемые блага и предпочтениях, заданных функцией полезности.
2. Необходимые условия оптимальности набора из двух благ для дифференцируемой функции полезности.
3. Поиск оптимального потребительского набора из двух благ в случаях, когда функция полезности является:
  - а) мультипликативной,
  - б) линейной,
  - в) недифференцированной.

Задания

1. Сформулировать задачу потребительского выбора, если задана функция полезности  $U(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + x_2$ , дан доход  $I = 10$ , и цены благ  $p_1 = 1, p_2 = 2$ .
2. Решить задачу из пункта 1, т.е. найти оптимальный набор потребителя.

### **Практическое занятие № 2.**

**Тема:** Изменение спроса под влиянием изменений цен и дохода

**Цель:** углубление теоретических знаний и приобретение практических навыков в теории потребительского выбора и теории замещения.

**Форма проведения** – обсуждение теоретических вопросов и решение задач на семинаре.

Вопросы для обсуждения

1. Эффект дохода и эффект замены. Уравнение Слуцкого.
2. Графическая интерпретация.
3. Линии «цена-потребление», «доход-потребление».
4. Оценка компенсации.

Задания

1. Пусть в задаче потребительского выбора из задания 1 к теме 1 цена на первый товар выросла вдвое, а на второй товар осталась без изменения. Каким будет оптимальный набор потребителя?
2. Найти набор товаров, который при новом уровне цен имеет тот же уровень полезности для потребителя, что и в задании 1 к теме 1. Какова должна быть компенсация, чтобы потребитель смог приобрести этот набор при новом уровне цен?



3. Найти эффект замены и эффект дохода для задачи из задания 1.

### **Практическое занятие №3.**

**Тема:** Модели поведения производителя

**Цель:** углубление теоретических знаний и приобретение практических навыков в теории производства.

**Форма проведения** – обсуждение теоретических вопросов и решение задач на семинаре.

Вопросы для обсуждения

1. Производственная функция.
2. Предельная норма замещения.
3. Минимальные издержки и функция издержек.
4. Предельная норма замещения и цены: необходимое условие оптимальности выбора способа производства.
5. Графическая интерпретация необходимого условия оптимальности выбора способа производства. Изокоста, изокванта и их градиенты.
6. Максимизация прибыли и функция предложения.
7. Определение функции предложения производителя в долгосрочном и краткосрочном периодах.

Задания

1. Производственная функция имеет вид  $f(L, K) = \sqrt[3]{L \cdot K}$ . Цены ресурсов, соответственно, равны: цена труда, цена капитала. Найти предельную норму замещения труда капиталом.
2. Чему равны минимальные издержки производства 9 единиц продукции для производственной функции из задания 1, если цена капитала равна 20, а цена труда равна 5.
3. Найти функцию издержек и функцию предложения производителя в долгосрочном периоде для производственной функции из задания 1 и цен из задания 2.
4. Найти функцию издержек и функцию предложения производителя в краткосрочном периоде для производственной функции из задания 1 и цен из задания 2, если объем капитала равен 25.

### **Практическое занятие №4.**

**Тема:** Конкурентное равновесие

**Цель:** углубление теоретических знаний и приобретение практических навыков в теории общего конкурентного равновесия.

**Форма проведения** – обсуждение теоретических вопросов и решение задач на семинаре.

Вопросы для обсуждения

1. Модель двухотраслевой экономики: добыча и переработка ресурса (нефти).
2. Совокупное предложение добывающей отрасли.
3. Совокупный спрос перерабатывающей отрасли.
4. Равновесная цена ресурса.
5. Объемы добычи ресурса предприятиями добывающей отрасли и объемы затрат ресурса предприятиями перерабатывающей отрасли в состоянии конкурентного равновесия.

Задания

Рассмотрим конкурентный рынок ресурса, производимого в добывающей отрасли и являющегося сырьем в перерабатывающей отрасли.

1. Пусть в добывающей отрасли 3 предприятия, у которых удельные себестоимости, соответственно, равны:  $c_1 = 2$ ,  $c_2 = 5$  и  $c_3 = 8$ , а максимальные объемы производства, соответственно, равны:  $V_1 = 3$ ,  $V_2 = 3$  и  $V_3 = 3$ . Найти совокупное предложение добывающей отрасли (рыночную функцию предложения).

2. Удельные затраты сырья предприятием перерабатывающей отрасли равны 5 т на 1 единицу объема выпускаемой продукции, удельные издержки в расчете на 1 единицу объема выпускаемой продукции равны 2 у.е., цена продукции равна 12 у.е. Найти резервную цену сырья для предприятия перерабатывающей отрасли.
3. Пусть в перерабатывающей отрасли 3 предприятия, у которых резервные цены, соответственно, равны:  $r_1 = 3$ ,  $r_2 = 6$  и  $r_3 = 8$ , а максимальные объемы переработки сырья, соответственно, равны:  $W_1 = 3$ ,  $W_2 = 2$  и  $W_3 = 3$ . Найти совокупный спрос на сырье перерабатывающей отрасли (рыночную функцию спроса).
4. Чему равна конкурентная цена на рынке ресурса, предлагаемого предприятиями добывающей отрасли, представленными в задании 1, и потребляемого предприятиями перерабатывающей отрасли, представленными в задании 3?
5. Пусть рынок ресурса представлен также как в задании 4. Чему равны объемы добычи ресурса предприятиями добывающей отрасли и объемы затрат ресурса предприятиями перерабатывающей отрасли в состоянии конкурентного равновесия?

### **Практическое занятие №5.**

**Тема:** Модель развития экономики

**Цель:** углубление теоретических знаний и приобретение практических навыков в теории развития экономики.

**Форма проведения** – обсуждение теоретических вопросов и решение задач на семинаре.

Вопросы для обсуждения

1. Динамическая модель Леонтьева.
2. Определение максимального технологического роста по матрице затрат динамической модели Леонтьева.
3. Оптимальные пропорции работы отраслей экономики.
4. Луч Неймана и магистраль в динамической модели Леонтьева.
5. Оптимальная стационарная траектория развития экономики.

Основная литература

1. Экономико-математические методы и модели. Задачник: учебно-практическое пособие/ кол. авторов; под ред. С.И. Макарова и С.А. Севастьяновой. – М.: КНОРУС, 2009. Гл.10. С.221-224.

Дополнительная литература

1. Ашманов С.А. Математические модели и методы в экономике. – М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1980. С. 74-75.

Адреса ресурсов Интернета

1. Основы математической экономики [Электронный ресурс]. Гл.6, §6.5. - Электронные данные. - [ЧелГУ, сор. 2008]. – Режим доступа: [http://www.csu.ac.ru/~rusear/ME\\_Ruda/](http://www.csu.ac.ru/~rusear/ME_Ruda/)

Задания

1. Вычислить максимальный технологический рост в динамической модели

$$\begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Леонтьева, задаваемой матрицей затрат  $A = \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ .

2. Найти магистраль в динамической модели Леонтьева, описанной в задании 1.
3. Найти оптимальную стационарную траекторию для динамической модели Леонтьева, описанной в задании 1.

## **9.2. Методические рекомендации по подготовке письменных работ**

Для успешного освоения материала дисциплины «Экономико-математические модели» рекомендуется выполнять на регулярной основе задания к семинарским занятиям по соответствующим темам, используя разбор задач, данный в ходе семинаров и в рекомендуемой обязательной литературе, активно использовать возможности предоставляемых консультаций, проводимых еженедельно преподавателями дисциплины.

Особое внимание нужно уделить подготовке к итоговой контрольной работе и выделить на эту подготовку 9 часов (это предусмотрено в учебном плане). В ходе подготовки к итоговой контрольной работе необходимо повторить весь материал, изученный на семинарах, ответив на вопросы заданий к семинарам, решить типовые задачи итоговой контрольной работы.

Контрольная работа выполняется письменно в тетради 12 листов. Тетрадь должна быть подписана: нужно указать факультет, специальность, курс, номер группы и ФИО.

Выполнять задания контрольной работы можно в произвольном порядке. Само задание переписывать не нужно, но обязательно указать номер контрольной работы, вариант и номер задания.

Решение задачи должно завершаться четким и кратким ответом на поставленный в задании вопрос. Рекомендуется проведение проверки полученного решения, поскольку большое количество арифметических ошибок приводит к снижению общей оценки работы. Положительно оценивается (но меньшим количеством баллов) не полностью выполненное задание - засчитываются все правильно выполненные действия.

На подготовку к итоговому опросу в письменно-устной форме по лекционному материалу рекомендуется выделить 7 часов и подготовить ответы на контрольные вопросы, используя конспекты лекций, рекомендуемые литературу и ресурсы Интернет.

## Приложение 1.

### Аннотация дисциплины

Дисциплина «Экономико-математические модели» является вариативной частью блока дисциплин учебного плана. Дисциплина реализуется на экономическом факультете ИЭУП РГГУ кафедрой моделирования в экономике и управлении.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с построением и применением математических моделей экономических процессов и явлений.

**Цель дисциплины:** сформировать у студентов представление об основных принципах построения математических моделей экономических процессов и явлений, познакомить с мировыми достижениями в области экономико-математического моделирования, демонстрирующими плодотворность подхода к изучению законов экономического развития с помощью построения и исследования математических моделей.

#### **Задачи дисциплины:**

- научить учащихся применять основные приемы экономико-математического моделирования;
- использовать на практике результаты, полученные при теоретическом исследовании экономико-математических моделей.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций выпускника:

- *ОПК-2*: способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач;
- *ПК-4*: способность на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

#### **Знать:**

- основные математические модели рационального поведения экономических агентов, экономической динамики и равновесия в экономических системах;
- наиболее значимые для практики теоретические результаты, полученные при исследовании экономико-математических моделей;
- принципы применения математических методов и информационных технологий для принятия управленческих решений на хозяйственно-экономических объектах.

#### **Уметь:**

- использовать современные информационные технологии для обработки экономических данных и анализа результатов расчетов;
- формулировать задачи в соответствующей области деятельности на языке экономико-математического моделирования;
- анализировать построенные формализованные модели;
- применять результаты теоретических исследований экономико-математических моделей при подготовке принятия экономических решений.

#### **Владеть:**

- навыками применения современного математического инструментария для решения задач социально-экономического содержания;
- навыками применения экономико-математического моделирования.

Программой предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме выполнения заданий на семинарских занятиях и домашних заданий, проведение письменных экспресс-опросов и итогового опроса в письменно-устной форме

по лекционному материалу, выполнение итоговой контрольной работы, промежуточный контроль в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1.	Обновлена основная и дополнительная литература	28.06.2018 г	7
2.	Приложение № 1		
3.	Приложение № 2	31.08.2020	1

Приложение к листу изменений № 1

**Состав программного обеспечения (ПО), современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (2018 г.)**

**1. Перечень ПО**

*Таблица 1*

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2010	Microsoft	лицензионное
2	Windows 7 Pro	Microsoft	лицензионное
3	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
4	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
5	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
6	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

**2. Перечень БД и ИСС**

*Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis Электронные издания издательства Springer
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

**1. Образовательные технологии (к п.4 на 2020 г.)**

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ. для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

**2. Перечень БД и ИСС (к п. 6.2 на 2020 г.)**

№п /п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

**3. Состав программного обеспечения (ПО) (к п. 7 на 2020 г.)**

№п /п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Adobe Master Collection CS4	Adobe	лицензионное
2	Microsoft Office 2010	Microsoft	лицензионное
3	Windows 7 Pro	Microsoft	лицензионное
6	SPSS Statistics 22	IBM	лицензионное



7	Microsoft Share Point 2010	Microsoft	лицензионное
8	SPSS Statistics 25	IBM	лицензионное
9	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
10	ОС «Альт Образование» 8	ООО «Базальт СПО	лицензионное
11	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
12	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
13	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
14	Microsoft Office 2016	Microsoft	лицензионное
15	Visual Studio 2019	Microsoft	лицензионное
16	Adobe Creative Cloud	Adobe	лицензионное
17	Zoom	Zoom	лицензионное