

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**"Российский государственный гуманитарный университет"**  
**(ФГБОУ ВО "РГУ")**

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ  
Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

## **ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

Рабочая программа дисциплины

Направление подготовки 09.03.03 Прикладная информатика  
Направленность (профиль): Прикладная информатика в гуманитарной сфере

Квалификация выпускника - бакалавр

Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2017

# ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

К.ф.-м.н., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики

*Викторова Н.Б.*

Ответственный редактор

Д.п.н., проф. Жаров В.К.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

фундаментальной и прикладной математики

№14 от 20.06.17

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **Аннотация**

#### **Рабочая программа дисциплины**

##### **1. Пояснительная записка**

1.1. Цель и задачи дисциплины

1.2. Формируемые компетенции, а также перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (знания, умения владения), сформулированные в компетентностном формате

1.3. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

##### **2. Структура дисциплины**

##### **3. Содержание дисциплины**

##### **4. Информационные и образовательные технологии**

##### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

5.2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

5.3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

5.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

##### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины

##### **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся**

7.1. Планы практических занятий. Методические указания по организации и проведению

##### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

##### **9. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **Приложения**

Приложение 1. Лист изменений на 2018/2019 учебный год

Приложение 2. Лист изменений на 2019/2020 учебный год

Приложение 3. Лист изменений на 2020/2021 учебный год

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» является частью Блока 1 дисциплин учебного плана по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, направленность (профиль) Прикладная информатика в гуманитарной сфере. Дисциплина реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

*Цель дисциплины:* подготовить специалистов, обладающих знаниями достижений классической математики, способных применять полученные знания в области информатики.

*Задачи:*

- обеспечить уровень математической грамотности студентов, достаточный для формирования навыков математической постановки и решения классических оптимизационных задач и моделирования процессов;
- научить студентов применять основные понятия и методы линейной алгебры и аналитической геометрии для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления;
- сформировать у студентов навыки использования математических методов линейной алгебры и аналитической геометрии при моделировании сложных процессов и принятии оптимальных управленческих решений;
- научить студентов использовать геометрическую интерпретацию типичных задач экономической теории и теории управления в практической деятельности.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

ОПК-3 - способен использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:*

- базовые понятия и основные технические приемы линейной алгебры и аналитической геометрии и теории линейных пространств;

*Уметь:*

- использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач;
- применять математический аппарат при решении типовых задач;
- формулировать основные теоремы линейной алгебры и аналитической геометрии;

*Владеть:*

- стандартными методами и моделями линейной алгебры и аналитической геометрии и их применением к решению прикладных задач;
- навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей.

Рабочей программой предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме контрольных работ, опросов и коллоквиума, промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* подготовить специалистов, обладающих знаниями достижений классической математики, способных применять полученные знания в области информатики.

*Задачи:*

- обеспечить уровень математической грамотности студентов, достаточный для формирования навыков математической постановки и решения классических оптимизационных задач и моделирования процессов;
- научить студентов применять основные понятия и методы линейной алгебры и аналитической геометрии для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления;
- сформировать у студентов навыки использования математических методов линейной алгебры и аналитической геометрии при моделировании сложных процессов и принятии оптимальных управленческих решений;
- научить студентов использовать геометрическую интерпретацию типичных задач экономической теории и теории управления в практической деятельности.

### 1.2. Формируемые компетенции, а также перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (знания, умения владения), сформулированные в компетентностном формате

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

ОПК-3 - способен использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

*Знать:*

- базовые понятия и основные технические приемы линейной алгебры и аналитической геометрии и теории линейных пространств (ОПК-3);

*Уметь:*

- использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач;
- применять математический аппарат при решении типовых задач;
- формулировать основные теоремы линейной алгебры и аналитической геометрии (ОПК-3);

*Владеть:*

- стандартными методами и моделями линейной алгебры и аналитической геометрии и их применением к решению прикладных задач;
- навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей (ОПК-3).

### 1.3. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» является частью Блока 1 дисциплин учебного плана по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, направленность (профиль) Прикладная информатика в гуманитарной сфере.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин и прохождения практик: школьные курсы геометрии и алгебры.

В результате освоения дисциплины формируются компетенции, необходимые для изучения следующих дисциплин: Исследование операций и методы оптимизации.

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 28 ч., промежуточная аттестация 18ч., самостоятельная работа обучающихся 26 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельн ая работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Комплексные числа.	1	2	2		2	Устный опрос
2	Системы линейных уравнений. Определители. Алгебра матриц	1	2	2		4	Устный опрос
3	Векторная алгебра.	1	2	2		4	Устный опрос
4	Линейные образы.	1	2	2		4	Устный опрос Контрольная работа 1
5	Линии второго порядка.	1	2	2		4	Устный опрос
6	Поверхности второго порядка.	1	2	2		4	Устный опрос
7	Системы линейных уравнений. Общая теория. Линейные пространства.	1	2	2		4	Контрольная работа 2 коллоквиум
8	Экзамен	1			18		Экзамен по билетам
	Итого:		14	14	18	26	

## 3. Содержание дисциплины

### Тема 1. Комплексные числа.

Комплексная плоскость. Геометрическое истолкование действий с комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корней. Корни из единицы. Решение уравнений.

### Тема 2. Системы линейных уравнений. Определители. Алгебра матриц

Метод последовательного исключения неизвестных. Эквивалентность линейных систем. Матрицы. Приведение к ступенчатому виду. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Крамера для случая определителей малых порядков. Перестановки и

подстановки. Четность перестановки. Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Вычисление определителей. Миноры и их алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки/столбца. Правило Крамера для общего случая. Матрицы и отображения. Операции над матрицами. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.

### **Тема 3. Векторная алгебра.**

Векторы и действия над ними. Линейно зависимые и независимые векторы. Базис и координаты вектора. Проекция вектора на ось. Направляющие косинусы. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов.

### **Тема 4. Линейные образы.**

Различные виды уравнений прямой на плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Прямая линия в пространстве.

### **Тема 5. Линии второго порядка.**

Элементарные свойства кривых второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Общее уравнение кривой второго порядка.

### **Тема 6. Поверхности второго порядка.**

Эллипсоид. Гиперболоид. Параболоид. Конус и цилиндры второго порядка.

### **Тема 7. Системы линейных уравнений. Общая теория. Линейные пространства.**

Векторное пространство. Линейные комбинации. Линейная зависимость. Базис. Размерность. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Пространство решений однородной системы. Линейные многообразия. Решение неоднородной системы. Определение линейного пространства. Конечномерные пространства. Бесконечномерные пространства. Связь между базисами. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса. Матрица перехода. Линейные операторы. Связь между линейными операторами в разных базисах. Линейные подпространства. Собственные векторы и значения линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Линейные пространства со скалярным произведением. Унитарные и эрмитовы операторы. Свойства собственных значений унитарных и эрмитовых операторов. Связь между унитарной и эрмитовой матрицей.

## **4. Информационные и образовательные технологии**

При реализации рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» используются следующие информационные и образовательные технологии:

### **Информационные и образовательные технологии**

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебной работы	Формируемые компетенции (указывается код компетенции)	Информационные и образовательные технологии
1	2	3	4	5
1.	Комплексные числа.	Лекция	ОПК-3	Лекция-дискуссия
		Практические занятия	ОПК-3	Решение и обсуждение задач

		Самостоятельная работа	ОПК-3	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
2.	Системы линейных уравнений. Определители. Алгебра матриц.	Лекция	ОПК-3	Лекция-дискуссия
		Практические занятия	ОПК-3	Решение и обсуждение задач
		Самостоятельная работа	ОПК-3	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
3.	Векторная алгебра.	Лекция	ОПК-3	Лекция-дискуссия
		Практические занятия	ОПК-3	Решение и обсуждение задач
		Самостоятельная работа	ОПК-3	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
4.	Линейные образы.	Лекция	ОПК-3	Лекция-дискуссия
		Практические занятия	ОПК-3	Решение и обсуждение задач
		Самостоятельная работа	ОПК-3	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
5.	Линии второго порядка.	Лекция	ОПК-3	Лекция-дискуссия
		Практические занятия	ОПК-3	Решение и обсуждение задач
		Самостоятельная работа	ОПК-3	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
6.	Поверхности второго порядка.	Лекция	ОПК-3	Лекция-дискуссия
		Практические занятия	ОПК-3	Решение и обсуждение задач
		Самостоятельная работа	ОПК-3	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
7.	Системы линейных уравнений. Общая теория. Линейные пространства.	Лекция	ОПК-3	Лекция-дискуссия
		Практические занятия	ОПК-3	Решение и обсуждение задач
		Самостоятельная работа	ОПК-3	Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты



				почты
--	--	--	--	-------

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

### 5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции (компетенций)	Наименование оценочного средства
1.	Комплексные числа.	ОПК-3	План практического занятия №1, контрольные вопросы
2.	Системы линейных уравнений. Определители. Алгебра матриц.	ОПК-3	План практического занятия №2, контрольные вопросы
3.	Векторная алгебра.	ОПК-3	План практического занятия №3, контрольные вопросы
4.	Линейные образы.	ОПК-3	План практического занятия №4, контрольные вопросы Примерные задания контрольной работы 1
5.	Линии второго порядка.	ОПК-3	План практического занятия №5, контрольные вопросы
6.	Поверхности второго порядка.	ОПК-3	План практического занятия №6, контрольные вопросы
7.	Системы линейных уравнений. Общая теория. Линейные пространства.	ОПК-3	Примерные задания контрольной работы 2 Примерные вопросы коллоквиума

### 5.2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Форма контроля	Срок отчетности	Макс. количество баллов	
		За одну работу	Всего
Текущий контроль:			
- устный опрос;	1,2,3,4,5,6 недели	5 баллов	30 баллов
- контрольная работа 1;	4 неделя	10 баллов	10 баллов
- контрольная работа 2 ;	7 неделя	10 баллов	10 баллов
- коллоквиум	7 неделя	10 баллов	10 баллов
Промежуточная аттестация (экзамен)	8 неделя		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину)			100 баллов

Полученный совокупный результат (максимум 100 баллов) конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	А
83 – 94			В

68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

**5.3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**  
**Текущий контроль**

Критерии оценивания / Уровень требований к обучающемуся	Макс. кол-во баллов
<b>Устный опрос</b>	<b>5</b>
степень раскрытия содержания материала	2
изложение материала (грамотность речи, точность использования терминологии и символики, логическая последовательность изложения материала)	2
знание теории изученных вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков	1
<b>Контрольная работа</b>	<b>10</b>
полнота выполненной работы (задание выполнено не полностью и/или допущены две и более ошибки или три и более неточности)	1-4
обоснованность содержания и выводов работы (задание выполнено полностью, но обоснование содержания и выводов недостаточны, но рассуждения верны)	5-8
работа выполнена полностью, в рассуждениях и обосновании нет пробелов или ошибок, возможна одна неточность	9-10
<b>Коллоквиум</b>	<b>10</b>
Студент не готов к коллоквиуму	0
Студент читал теоретический материал, но не в состоянии давать определения изучаемых понятий и произносить формулировки теорем, у него нет вопросов по прочитанному материалу, т.к. он не понимает смысла написанного	1-2
Студент плохо разобрался в прочитанном материале, путается в формулировках определений и теорем	3-4
Студент прочитал теоретический материал, разобрался в прочитанном материале, иногда путается в формулировках определений и теорем, имеет вопросы по теории	5-6
Студент знает и понимает теоретический материал, но имеются недочеты в изложении материала, а также сложности в грамотном использовании математического языка	7-8
Студент знает и понимает теоретический материал, на грамотном языке формулирует математические суждения	9-10

**Промежуточная аттестация**

Критерии оценивания / Уровень требований к обучающемуся	Макс. кол-во баллов
<b>Промежуточная аттестация (экзамен):</b>	
<b>Ответ на вопросы и задания билета</b>	<b>40</b>
I. Теоретическая часть (2 вопроса)	<b>20</b>

Теоретическое содержание <i>почти не освоено</i> : - фрагментарные знания материала, наличие грубых ошибок в ответе;	1-5
Теоретическое содержание <i>освоено частично</i> : - демонстрируется не всегда осознанное воспроизведение программного материала, доказательство теорем проводится с ошибками или фрагментарно; - допущено не более двух-трех недочетов;	6-10
Теоретическое содержание освоено <i>почти полностью</i> : - ответ удовлетворяет основным требованиям: знание математических фактов и закономерностей, использование этих знаний при обосновании утверждений и теорем; - допущено не более одного-двух недочетов, но обучающийся может их исправить самостоятельно или с небольшой помощью преподавателя.	11-15
Теоретическое содержание освоено <i>полностью</i> : - доказательства приведены с требуемым обоснованием, использована математическая терминология, рисунки и графики, сопутствующие ответу, выполнены верно; - ответ строится по собственному плану, установлена связь с материалом, усвоенным при изучении других дисциплин.	16-20
<b>II. Практические задания (2 задачи)</b>	<b>20</b>
Задачи решены с ошибками и студент их не может исправить после объяснения преподавателя	1-5
Одна задача решена полностью, вторая не решена	6-10
Обе задачи решены правильно, но имеются арифметические ошибки и недочеты	11-15
Обе задачи решены правильно, но могут быть недочеты	16-20

#### **5.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

##### **Текущий контроль**

##### ***Примерные задания контрольной работы 1***

1. Даны векторы. Найти проекцию одного из них на направление другого. Найти косинус угла между ними. Найти площадь параллелограмма, построенного на них.
2. Даны координаты четырех точек A,B,C,D. Найти объем тетраэдра ABCD.
3. На плоскости OXY дана прямая L:  $ax+by+c=0$  и координаты точки A. Найдите проекцию A на L; уравнение прямой, проходящей через A, параллельно L; расстояние от A до прямой L.
4. Даны плоскость P:  $ax+by+cz+d=0$  и координаты точки A. Найдите проекцию A на P. Найдите расстояние от точки A до плоскости P.
5. Постройте кривую второго порядка.
6. Постройте поверхности, определенные заданными уравнениями.

##### ***Примерные задания контрольной работы 2***

1. Решить систему методом Крамера и методом обратной матрицы.
2. Вычислить определитель.
3. Найти ранг матрицы.
4. Исследовать систему на совместность и в случае совместности решить ее.
5. Исследовать систему векторов на линейную зависимость и независимость.
6. Найти ранг и базис системы векторов.

7. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

### ***Примерные вопросы коллоквиума***

1. Метод последовательного исключения неизвестных. Эквивалентность линейных систем. Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы. Приведение к ступенчатому виду. Исследование систем линейных уравнений на совместность в трапециoidalном и треугольном случае.
2. Теорема Крамера для случая определителей малых порядков. Вывод.
3. Перестановки и подстановки. Четность перестановки. Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей.
4. Методы вычисления определителей. Миноры и их алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки/столбца.
5. Правило Крамера для общего случая.
6. Матрицы и отображения.
7. Операции над матрицами.
8. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности.
9. Решение матричных уравнений.
10. Векторное пространство. Линейные комбинации. Линейная зависимость. Базис. Размерность.
11. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
12. Теорема Кронекера - Капелли.
13. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Пространство решений однородной системы.
14. Линейные многообразия. Решение неоднородной системы.
15. Определение линейного пространства. Конечномерные пространства. Бесконечномерные пространства.
16. Связь между базисами. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса. Матрица перехода.
17. Линейные операторы. Связь между линейными операторами в разных базисах.
18. Линейные подпространства.
19. Собственные векторы и значения линейного оператора.
20. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
21. Линейные пространства со скалярным произведением.
22. Унитарные и эрмитовы операторы.
23. Свойства собственных значений унитарных и эрмитовых операторов. Связь между унитарной и эрмитовой матрицей.

### **Промежуточная аттестация**

#### ***Примерные вопросы к экзамену***

#### ***Аналитическая геометрия:***

1. Координаты на прямой и на плоскости. Полярная система координат. Цилиндрические и сферические координаты.
2. Расстояние между двумя точками. Площадь треугольника.
3. Деление отрезка в данном отношении.
4. Преобразование декартовых координат при параллельном сдвиге и повороте
5. Векторы и действия над ними. Линейно зависимые и независимые векторы. Базис и координаты вектора.
6. Проекция вектора на ось. Направляющие косинусы.
7. Скалярное произведение векторов.
8. Векторное и смешанное произведение векторов.

9. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Прямая линия в пространстве.
10. Элементарные свойства кривых второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Общее уравнение кривой второго порядка.
11. Поверхности второго порядка.
12. Эллипсоид. Гиперболоид. Параболоид. Конус и цилиндры второго порядка.

### ***Линейная алгебра:***

1. Метод последовательного исключения неизвестных. Эквивалентность линейных систем. Совместные и несовместные, определенные и неопределенные системы. Приведение к ступенчатому виду. Исследование систем линейных уравнений на совместность в трапециoidalном и треугольном случае.
2. Теорема Крамера для случая определителей малых порядков. Вывод.
3. Перестановки и подстановки. Четность перестановки. Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей.
4. Методы вычисления определителей. Миноры и их алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам строки/столбца.
5. Правило Крамера для общего случая.
6. Матрицы и отображения.
7. Операции над матрицами.
8. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности.
9. Решение матричных уравнений.
10. Векторное пространство. Линейные комбинации. Линейная зависимость. Базис. Размерность.
11. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
12. Теорема Кронекера - Капелли.
13. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Пространство решений однородной системы.
14. Линейные многообразия. Решение неоднородной системы.
15. Определение линейного пространства. Конечномерные пространства. Бесконечномерные пространства.
16. Связь между базисами. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса. Матрица перехода.
17. Линейные операторы. Связь между линейными операторами в разных базисах.
18. Линейные подпространства.
19. Собственные векторы и значения линейного оператора.
20. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
21. Линейные пространства со скалярным произведением.
22. Унитарные и эрмитовы операторы.
23. Свойства собственных значений унитарных и эрмитовых операторов. Связь между унитарной и эрмитовой матрицей.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1. Список источников и литературы**

#### **Литература**

##### *Основная*

1. Сборник задач по математике для вузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.

2. Привалов И. И. Аналитическая геометрия : Учебник / И. И. Привалов. - 40-е изд. - Электрон. дан. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 233. - (Бакалавр и специалист). - Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>. - ISBN 978-5-534-01262-0

3. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник для студентов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; [МГУ им. М. В. Ломоносова]. - Изд. 6-е, стер.. - М.: Физматлит, 2007. - 278 с. - 278 с.

#### *Дополнительная*

1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2009. - 336 с.

### **6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины**

<http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/an/examples.asp>

<http://linal.ru/>

[http://www.cleverstudents.ru/matrix/computation\\_of\\_determinant.html](http://www.cleverstudents.ru/matrix/computation_of_determinant.html)

<http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/15838>

<http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/836352>

[http://a-geometry.narod.ru/problems/problems\\_46.htm](http://a-geometry.narod.ru/problems/problems_46.htm)

#### **Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)**

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2017 г. Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2017 г. Журналы Oxford University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

### **7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся**

#### **7.1. Планы практических занятий. Методические указания по организации и проведению**

##### **Тема 1. Комплексные числа.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Вопросы и задачи для решения и обсуждения:*

1. Комплексная плоскость.
2. Геометрическое истолкование действий с комплексными числами.
3. Модуль и аргумент комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корней.
5. Корни из единицы.
6. Решение уравнений.

*Контрольные вопросы:*

1. Какие алгебраические операции над комплексными числами вы знаете?
2. Выполнить операции над комплексными числами.
3. Представить в тригонометрической форме комплексное число.
4. Представить в показательной форме комплексное число.
5. Извлечь корни.
6. Решить уравнения.

### **Литература**

#### *Основная*

Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - С.39-50

*Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

<http://dic.academic.ru/>

## **Тема 2. Системы линейных уравнений. Определители. Алгебра матриц.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

### ***Системы линейных уравнений. Определители.***

*Вопросы и задачи для решения и обсуждения:*

1. Метод последовательного исключения неизвестных.
2. Эквивалентность линейных систем.
3. Матрицы.
4. Приведение к ступенчатому виду.
5. Исследование систем линейных уравнений на совместность.
6. Теорема Крамера для случая определителей малых порядков.
7. Перестановки и подстановки. Четность перестановки.
8. Определители n-го порядка. Свойства определителей.
9. Вычисление определителей. Миноры и их алгебраические дополнения.
10. Разложение определителя по элементам строки/столбца.
11. Правило Крамера для общего случая.

*Контрольные вопросы:*

1. Решить систему методом Гаусса.
2. Вычислить определитель.

### **Литература**

#### *Основная*

1. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник для студентов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; [МГУ им. М. В. Ломоносова]. - Изд. 6-е, стер. - М.: Физматлит, 2007. - С.19-37, С.63

2. Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - С.115-122, 141

*Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

[http://www.cleverstudents.ru/matrix/computation\\_of\\_determinant.html](http://www.cleverstudents.ru/matrix/computation_of_determinant.html)

.

### ***Алгебра матриц.***

*Вопросы и задачи для решения и обсуждения:*

1. Матрицы и отображения.
2. Операции над матрицами.
3. Обратная матрица.
4. Решение матричных уравнений.

*Контрольные вопросы:*

1. Вычислить линейные комбинации матриц.
2. Найти обратную матрицу методом присоединенной матрицы.
3. Найти обратную матрицу методом элементарных матриц.

#### 4. Решить матричное уравнение

#### Литература

##### Основная

1.Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник для студентов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; [МГУ им. М. В. Ломоносова]. - Изд. 6-е, стер. - М.: Физматлит, 2007. - С.13-18, С.63

2.Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - С.124-130

*Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

<http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/15838>

#### Тема 3. Векторная алгебра.

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Вопросы и задачи для решения и обсуждения:*

- 1.Понятие вектора и линейные операции над векторами
- 2.Понятие линейной зависимости векторов.
- 3.Понятие базиса. Аффинные координаты.
- 4.Проекция вектора на ось.
- 5.Скалярное произведение векторов.
- 6.Векторное произведение векторов.
- 7.Смешанное произведение векторов.
- 8.Геометрический смысл векторного и смешанного произведения.

*Контрольные вопросы:*

- 1.Какие свойства скалярного произведения вы знаете?
- 2.Что такое левая тройка векторов?
- 3.Чему равна длина векторного произведения?
- 4.Как найти векторное произведение, зная координаты векторов в прямоугольном базисе?
- 5.Как найти смешанное произведение векторов?

#### Литература

##### Основная

1.Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - С.61-69

2.Привалов И. И. Аналитическая геометрия : Учебник / И. И. Привалов. - 40-е изд. - Электрон. дан. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 233. - (Бакалавр и специалист). - Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>. - ISBN 978-5-534-01262-0

##### Дополнительная

Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2009. - 336 с.

*Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

<http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/836352>

#### Тема 4. Линейные образы.

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Вопросы и задачи для решения и обсуждения:*

- 1.Общее уравнение прямой.
- 2.Уравнение прямой в отрезках.
- 3.Параметрическое уравнение прямой.
4. Прямая с угловым коэффициентом.
- 5.Угол между двумя прямыми.
- 6.Нормированное уравнение прямой.
- 7.Решение задач на прямую линию на плоскости.



8. Общее уравнение плоскости.
9. Уравнение плоскости в отрезках.
10. Угол между плоскостями.
11. Уравнение плоскости, проходящей через 3 точки, не лежащие на одной прямой.
12. Нормированное уравнение плоскости.
13. Прямая линия в пространстве. Каноническое уравнение прямой.
14. Уравнение прямой, проходящей через 2 точки.
15. Параметрическое уравнение прямой.

*Контрольные вопросы:*

1. Какие виды уравнений прямой на плоскости вы знаете?
2. Как свести общее уравнение прямой к нормальному?
3. Какие виды уравнений плоскости в пространстве вы знаете?
4. Какими уравнениями задается прямая в пространстве?

### **Литература**

*Основная*

1. Сборник задач по математике для вузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - С.69-81
2. Привалов И. И. Аналитическая геометрия : Учебник / И. И. Привалов. - 40-е изд. - Электрон. дан. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 233. - (Бакалавр и специалист). - Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>. - ISBN 978-5-534-01262-0

*Дополнительная*

Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2009. - 336 с.

### **Тема 5. Линии второго порядка.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Вопросы и задачи для решения и обсуждения:*

1. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы.
2. Исследование формы эллипса, гиперболы и параболы по их каноническому уравнению.
3. Кривые второго порядка.

*Контрольные вопросы:*

1. Как найти эксцентриситет эллипса?
2. Как найти уравнение директрис эллипса?
3. Написать уравнение касательной к эллипсу.
4. Как найти асимптоты гиперболы?
5. Как найти фокус параболы?

### **Литература**

*Основная*

1. Сборник задач по математике для вузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - С.84-93
2. Привалов И. И. Аналитическая геометрия : Учебник / И. И. Привалов. - 40-е изд. - Электрон. дан. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 233. - (Бакалавр и специалист). - Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>. - ISBN 978-5-534-01262-0

### **Тема 6. Поверхности второго порядка.**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Вопросы и задачи для решения и обсуждения:*

1. Классификация поверхностей второго порядка.

2. Исследование формы поверхности второго порядка в зависимости от канонического уравнения.

*Контрольные вопросы:*

1. Напишите уравнение эллипсоида.
2. Напишите уравнение однополостного гиперболоида.
3. Напишите уравнение двуполостного гиперболоида.
4. Напишите уравнение конуса второго порядка.
5. Напишите уравнение эллиптического параболоида.
6. Напишите уравнение гиперболического параболоида.
7. Напишите уравнение эллиптического цилиндра второго порядка.
8. Напишите уравнение гиперболического цилиндра второго порядка.
9. Напишите уравнение параболического цилиндра второго порядка.

### **Литература**

*Основная*

1. Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - С.102-114

2.Привалов И. И. Аналитическая геометрия : Учебник / И. И. Привалов. - 40-е изд. - Электрон. дан. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 233. - (Бакалавр и специалист). - Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>. - ISBN 978-5-534-01262-0

*Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:*

[http://a-geometry.narod.ru/problems/problems\\_46.htm](http://a-geometry.narod.ru/problems/problems_46.htm)

### **Тема 7. Системы линейных уравнений. Общая теория. Линейные пространства**

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

*Вопросы и задачи для решения и обсуждения:*

1. Векторное пространство. Линейные комбинации. Линейная зависимость. Базис. Размерность.
2. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
3. Теорема Кронекера - Капелли.
4. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Пространство решений однородной системы.
5. Линейные многообразия. Решение неоднородной системы.
6. Определение линейного пространства. Конечномерные пространства. Бесконечномерные пространства.
7. Связь между базисами. Преобразование координат вектора при преобразовании базиса. Матрица перехода.
8. Линейные операторы. Связь между линейными операторами в разных базисах.
9. Линейные подпространства.
10. Собственные векторы и значения линейного оператора.
11. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
12. Линейные пространства со скалярным произведением.
13. Унитарные и эрмитовы операторы. Свойства собственных значений унитарных и эрмитовых операторов.
14. Связь между унитарной и эрмитовой матрицей.

*Контрольные вопросы:*

1. Сформулируйте условие несовместности линейной системы на языке рангов матриц.
2. Что называется базисом линейного пространства?
3. Какие пространства называются конечномерными?
4. Приведите примеры бесконечномерных пространств.
5. Что можно сказать о собственных значениях эрмитова оператора?
6. Почему унитарный оператор сохраняет длины векторов?

7. Найдите собственные векторы и собственные значения матриц Паули.
8. Любую ли матрицу можно привести к диагональному виду?

## **Литература**

### *Основная*

1. Сборник задач по математике для вузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - С.155-183
2. Ильин В.А. Линейная алгебра: учебник для студентов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк; [МГУ им. М. В. Ломоносова]. - Изд. 6-е, стер. - М.: Физматлит, 2007. - С.42-53,104-145

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

### **Перечень программного обеспечения (ПО)**

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное

## **9. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

УТВЕРЖДЕНО  
Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№13 от 20.06.18

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**  
на 2018/2019 учебный год

**1. Перечень программного обеспечения (ПО)**

*Таблица 1*

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное

**2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)**

*Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis Электронные издания издательства Springer
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
 фундаментальной и прикладной математики  
 №13 от 28.06.19

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**  
 на 2019/2020 учебный год

**1. Перечень программного обеспечения (ПО)***Таблица 1*

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP / Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное

**2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)***Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

УТВЕРЖДЕНО  
Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№13 от 22.06.20

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**  
на 2020/2021 учебный год

**1. Перечень программного обеспечения (ПО)**

*Таблица 1*

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP / Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Платформа ZOOM	Zoom	лицензионное

**2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)**

*Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант