

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Российский государственный гуманитарный университет»

(РГГУ)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Направленность (профиль) Прикладная математика

Уровень квалификации выпускника - бакалавр

Форма обучения - очная

Москва 2017

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

Д. пед. н., профессор, зав. кафедрой фундаментальной и прикладной математики

В.К. Жаров

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

фундаментальной и прикладной математики

№ 14 от 20.06.17

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

2. Структура дисциплины

3. Содержание дисциплины

4. Образовательные технологии

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

9. Методические материалы

9.1. Планы практических занятий

Приложения

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: обучение студента фундаментальным методам теории метрических пространств, теории операторов, теории мер и их приложений в смежных областях.

Задачи дисциплины: научить студента двойному зрению: с одной стороны следить за внутренней логикой развития теории множеств, общей теории непрерывных отображений метрических и топологических пространств, линейных пространств и функционалов и операторов на них, чистой теории меры и интегрирование в общих «пространствах с мерой», с другой – не упускать из виду обслуживаемую этими более абстрактными областями математики проблематики классического и даже прикладного анализа.

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ПК-9	способность выявить естественную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	<i>Знать:</i> фундаментальные методы теории метрических пространств, основы теории операторов, теории мер и их приложений в смежных областях; <i>Уметь:</i> решать задачи функционального анализа с учетом прикладных задач; <i>Владеть:</i> навыками решения тематических задач курса.
ПК-12	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	<i>Уметь:</i> решать задачи функционального анализа с учетом прикладных задач; <i>Владеть:</i> навыками решения тематических задач курса.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» относится к вариативной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: «Дифференциальное и интегральное исчисление», «Теория числовых и функциональных рядов», «Теория интегралов и неявных функций», «Общая алгебра и теория чисел», «Линейная алгебра».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: «Методы оптимизации», «Элементы р-адического анализа и его приложения к криптографии», «Теория кодирования», Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности, Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (в том числе технологическая практика), Научно-исследовательская работа, преддипломная практика.

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 70 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная			Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия	Промежуточная аттестация		
1	Вводные понятия функционального анализа	5	2	4		10	
2	Метрические и топологические пространства	5	4	4		10	Опрос Контрольная работа 1
3	Нормированные и топологические линейные пространства	5	4	4		10	Опрос, Расчетно-графическая работа №1 (РГР №1)
4	Линейные операторы и линейные функционалы	5	4	6		10	Опрос Коллоквиум
5	Мера и интеграл Лебега	5	4	6		10	РГР №2
6	Пространство суммируемых функций: пространство L_1	5	4	4		10	Контрольная работа 2
7	Преобразование Фурье	5	2	4		10	Опрос
8	Экзамен	5			18		экзамен по билетам
	Итого:		24	32	18	70	

3. Содержание дисциплины

I. Вводные понятия функционального анализа.

II. Метрические и топологические пространства:

метрическое пространство; непрерывные отображения метрических пространств; изометрия; предельная точка; замыкание; сходимости; полные подмножества; открытые и замкнутые множества; полные метрические пространства: теорема о вложенных шарах, теорема Бэра; принцип сжимающих отображений: применение принципа сжимающих отображений в теории дифференциальных уравнений; топологическое пространство: сравнение топологий, определяющие системы окрестностей, база; аксиомы счетности; сходящиеся последовательности в T ; непрерывные отображения: гомеоморфизм; аксиомы отделимости; способы задания топологии в пространстве; метризуемость; компактность и полная ограниченность; предкомпактные множества в метрических пространствах; теорема Арцела; теорема Пеано; равномерная непрерывность; непрерывные отображения метрических компактов.

III. Нормированные и топологические линейные пространства:

линейные пространства; выпуклые множества; однородно-выпуклые функционалы; функционал Минковского; теорема Хана-Банаха; отделимость выпуклых множеств в линейном пространстве; нормированное пространство; подпространства нормированного пространства; фактор-пространства нормированного пространства; евклидово пространство: ортогонализация, неравенство Бесселя; замкнутые ортогональные системы; полные евклидовы пространства: теорема Рисса-Фишера; гильбертово пространство: теорема об изоморфизме, подпространство,

ортогональное дополнение, прямая сумма подпространств; топологическое линейное пространство, локальная выпуклость, счетно-нормированное пространство.

IV. Линейные операторы и линейные функционалы:

непрерывный линейный функционал в топологическом линейном пространстве; линейный функционал в нормированном пространстве; теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве; линейный функционал в счетно-нормированном пространстве; сопряженное пространство, сильная топология в сопряженном пространстве; слабая топология и слабая сходимост в линейном топологическом пространстве; слабая топология и слабая сходимост в нормированном пространстве; слабая топология и слабая сходимост в сопряженном пространстве; пространство основных функций; обобщенные функции; операции над обобщенными функциями; дифференциальные уравнения в классе обобщенных функций; линейный оператор: непрерывность, ограниченность, сумма и произведение линейных операторов, обратный оператор, обратимость; сопряженный оператор: сопряженный оператор в евклидовом пространстве, самосопряженный оператор, спектр оператора; компактный оператор: свойства компактного оператора, собственные значения компактного оператора, компактные операторы в гильбертовом пространстве. Самосопряженные компактные операторы в гильбертовом пространстве.

V. Мера и интеграл Лебега:

мера элементарных множеств, мера плоских множеств; мера Лебега в общем случае; продолжение меры с полукольца на порожденное им кольцо; аддитивность и σ -аддитивность; Лебегово продолжение меры; измеримые функции: операции над измеримыми функциями; эквивалентность; сходимост почти всюду: теорема Егорова; сходимост по мере: теорема Лузина; связь между сходимостью почти всюду и сходимостью по мере; простые функции; интеграл Лебега от простой функции; интеграл Лебега от простой функции; интеграл Лебега по измеримому множеству конечной меры; связь интеграла Лебега с интегралом Римана; теоремы Лебега, Леви и Фату о предельном переходе под знаком интеграла; интеграл Лебега по множеству бесконечной меры; интеграл Лебега как функция множества; теорема Радона-Никодима; меры Стильтьеса: интеграл Лебега-Стильтьеса, интеграл Римана-Стильтьеса.

VI. Пространство суммируемых функций: пространство L_1 :

свойства, всюду плотные множества в нем; пространство L_2 : свойства, всюду плотные множества в нем; теорема об изоморфизме; сходимост в средне-квадратичном и ее связь с другими видами сходимости; Ортогональные системы функций в L_2 ; ряды по ортогональным системам; преобразование Фурье: преобразование Фурье в пространстве $L_2(-\infty, +\infty)$, произведение Лапласа.

VII. Преобразование Фурье:

преобразование Фурье-Стильтьеса; понятие обобщенных функций и их свойства: преобразование Фурье обобщенных функций, приложение к решению дифференциальных уравнений.

4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1.	Вводные понятия	Лекция	Вводная лекция с использованием компьютерных

	функционального анализа	Практическое занятие Самостоятельная работа	презентаций Решение и обсуждение вопросов и задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
2.	Метрические и топологические пространства	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Лекция-беседа с применением слайд-проектора Решение и обсуждение вопросов и задач Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
3.	Нормированные и топологические линейные пространства	Лекции Практическое занятие Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение и обсуждение вопросов и задач Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
4.	Линейные операторы и линейные функционалы	Лекции Практическое занятие Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение и обсуждение вопросов и задач Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций
5.	Мера и интеграл Лебега	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Решение и обсуждение вопросов и задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты, РГР№2
6.	Метрические и топологические пространства	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Решение и обсуждение вопросов и задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
7	Преобразование Фурье	Лекция Практическое занятие Самостоятельная работа	Проблемная лекция Решение и обсуждение вопросов и задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - опрос - участие в коллоквиуме - контрольные работы 1,2 - РГР №1, №2	3 баллов 8 баллов 8 баллов 12 баллов	12 баллов 8 баллов 16 баллов 24 балла
Промежуточная аттестация (экзамен по билетам)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину) Экзамен		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	«хорошо»	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	«удовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерные варианты контрольных работ (ПК-9, ПК-12)

Контрольная работа №1

- Доказать что если система векторов x_1, x_2, \dots, x_n содержит нулевой вектор, то она линейно зависима.
- Доказать, что равенство в неравенстве Коши-Буняковского возможно, тогда и только тогда, когда вектора линейно зависимы.
- Доказать, что любая система, состоящая из попарно ортогональных и отличных от нуля векторов e_1, e_2, \dots, e_r , является линейно независимой.

Контрольная работа №2

- Пусть A – линейный оператор, действующий из пространства R_1 в пространство R_2 , такой что A^{-1} существует. Доказать, что A^{-1} также линейный оператор.
- Доказать, что, если B и A , то BA – линейный оператор.

3. Доказать, что всякая фундаментальная последовательность в евклидовом пространстве ограничена.

Примерные вопросы для коллоквиума (ПК-9, ПК-12)

1. Операции над множествами: определения, свойства.
2. Отношение эквивалентности: определение, примеры.
3. Вполне упорядоченные множества.
4. Теорема Цермело.
5. Метрическое пространство.
6. Теорема о вложенных шарах.
7. Пополнение пространства.
8. Теорема существования и единственности решения для дифференциальных уравнений.
9. Топологические пространства: определение и примеры.
10. Теорема о непрерывности отображений топологических пространств.
11. Компактность: определение, основные теоремы о компактах.
12. Теорема Арцела.
13. Теорема Хана – Банаха.
14. Нормированные пространства: определение, примеры.
15. Евклидовы пространства: определение, примеры.

Примерный вариант РГР №1 (ПК-9, ПК-12)

1. Пусть A, B, C – подмножества некоторого множества E . Показать, что справедливы следующие утверждения : а) $A \cap B \cap C = D, D \subset E$; б) $A \cup B \cup C = F, F \subseteq E$
2. Пусть $S(p) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + p^3$. Доказать, что $S(p) = \frac{p^2(p+1)^2}{4}$.
Пользуясь этой формулой, выяснить чему равно $S(3)$.
3. Образует ли линейное пространство совокупность всех векторов на плоскости с исключением векторов, параллельных некоторой заданной прямой?
4. Гиперплоскости H_1 и H_2 имеют соответственно размерности 3 и 4. Какой наименьшей размерности взять гиперплоскость H_3 , чтобы она, будучи должным образом расположена в пространстве содержала в себе и H_1 и H_2 ?

Примерный вариант РГР №2 (ПК-9, ПК-12)

1. Доказать, что для любых двух непересекающихся открытых множеств замыкание одного из них не пересекается с другим.
2. Пусть множество A открыто и $A \cap B = \emptyset$. Доказать, что $A \cap \text{Int } \bar{B} = \emptyset$.
3. Привести пример топологического пространства X , в котором некоторая точка x является предельной для множества $X \setminus \{x\}$ и никакая последовательность из $X \setminus \{x\}$ не сходится к x .
4. Пусть d — метрика на множестве X и $\rho(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ для любых $x, y \in X$. Доказать, что: а) ρ — метрика на X и $\mathfrak{T}_\rho = \mathfrak{T}_d$; б) если (X, d) — полное метрическое пространство, то (X, ρ) также полное метрическое пространство.
5. Привести пример связных множеств, пересечение которых не связно.
6. Доказать, что если A и B — замкнутые множества, объединение и пересечение которых являются связными множествами, то и множества A, B — связные. Верно ли это утверждение для незамкнутых множеств A и B ?

7. Доказать, что подмножество в E^2 , состоящее из точек, у которых хотя бы одна координата иррациональна, связно.
8. Доказать, что в E^3 круговой цилиндр конечной высоты без оснований, однополостный гиперболоид, открытое кольцо и сфера без двух точек гомеоморфны друг другу.
9. Привести пример полного метрического пространства и его изометрического отображения в себя, не имеющего ни одной неподвижной точки.
10. Доказать, что пересечение конечного числа открытых всюду плотных в пространстве X множеств всюду плотно в X .
11. Доказать, что топологическое произведение любого семейства связных пространств связно.
12. Доказать, что топологическое пространство со счетной базой сепарабельно. Имеет ли место обратное утверждение?
13. Доказать, что вполне ограниченное метрическое пространство сепарабельно и имеет счетную базу.
14. Доказать, что евклидово пространство E^n и гильбертово пространство l^2 сепарабельны и имеют счетную базу.
15. Доказать, что любое замкнутое подпространство компактного пространства компактно.
16. Доказать, что в каждом бесконечном компактном пространстве существует счетное незамкнутое множество.
17. Доказать, что любое компактное подпространство хаусдорфова пространства X является замкнутым в X множеством.
18. Привести пример топологического пространства, в котором замыкание некоторого компактного множества не компактно.

Промежуточная аттестация

Примерные контрольные вопросы по курсу (ПК-9, ПК-12)

1. Кольцо множеств.
2. Полукольцо множеств.
3. Борелевские алгебры.
4. Системы множеств и отображения непрерывные отображения метрических пространств.
5. Сходимость.
6. Полные метрические пространства: принцип вложенных шаров.
7. Теорема Бэра.
8. Компактность.
9. Действительные функции на метрических и топологических пространствах.
10. Общее понятие меры.
11. Продолжение меры.
12. Измеримые функции: сходимость по мере.
13. Произведение мер.
14. Пространство L_1 : всюду плотные множества в нем.
15. Пространство L_2 : всюду плотные множества в нем.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика" / В. И. Лебедев. - Изд. 4-е, испр. и доп. - М.: Физматлит, 2005. - 295 с.

2. Ревина, С. В. Функциональный анализ в примерах и задачах: учеб. пособие / Ревина С.В., Сазонов Л.И. - Ростов-на-Дону:Издательство ЮФУ, 2009. - 120 с. ISBN 978-5-9275-0683-5. - Текст : электронный. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/556115>

Дополнительная

1.Акивис М.А. Тензорное исчисление: Учебное пособие. - 3. - Москва: Издательская фирма "Физико-математическая литература" (ФИЗМАТЛИТ), 2005. - 304 с. - [ЭБС Znanium.com]

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
2. Московский центр непрерывного математического образования (МЦНМО) <http://www.mccme.ru>
3. Образовательный математический сайт Exponenta.ru <http://www.exponenta.ru>
4. Общероссийский математический портал Math_Net.Ru <http://www.mathnet.ru>
5. Портал Allmath.ru – вся математика в одном месте <http://www.allmath.ru>

Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2017 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2017 г. Журналы Oxford University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса лицам с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для дистанционного обучения. Для этого от студента требуется представить заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) и личное заявление (заявление законного представителя).

В заключении ПМПК должно быть прописано:

- рекомендуемая учебная нагрузка на обучающегося (количество дней в неделю, часов в день);
- оборудование технических условий (при необходимости);
- сопровождение и (или) присутствие родителей (законных представителей) во время учебного процесса (при необходимости);
- организация психолого-педагогического сопровождение обучающегося с указанием специалистов и допустимой нагрузки (количества часов в неделю).

Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся при необходимости могут быть созданы фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе.

Форма проведения текущей и итоговой аттестации для лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно (на бумаге, на компьютере), в форме тестирования и т.п.). При необходимости студенту предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

9. Методические материалы

9.1. Планы практических занятий

Тема 1. Вводные понятия функционального анализа. (ПК-9, ПК-12)

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

Примерные задачи для решения в аудитории: решать задачи по выбору преподавателя из книги:

Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znanium.com/go.php?id=556115>

Глава 1 , №№ 1.2 – 1.20 (четные). Гл. 6: 6.2-6.16

Контрольные вопросы: как задаются множества, что называется счетным множеством, что такое не более чем счетное множество, что такое отношение эквивалентности, что такое мощность множества, что такое частичный порядок, что такое упорядоченные множества? и.т.д.

Тема 2. Метрические и топологические пространства. (ПК-9, ПК-12)

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

Примерные задачи для решения в аудитории: решать задачи по выбору преподавателя из книги:

Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniyum.com/go.php?id=556115>
Глава 1 , №№1.22-1.34., 1. 40 -1.64. Гл.2, 2.3-2.7. Гл. 7.2-7.18 четные.

Контрольные вопросы: линейное пространство: определение, примеры, что называется непрерывным отображением метрических пространств, что такое открытое и замкнутое множество, что такое отношение эквивалентности, что такое метрика, что такое полное метрическое пространство, что такое пополнение пространства, топологическое пространство: определение, примеры, основные понятия топологии их геометрические интерпретации? и.т.д.

Тема 3. Нормированные и топологические линейные пространства. (ПК-9, ПК-12)

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

Примерные задачи для решения в аудитории: решать задачи по выбору преподавателя из книги:

Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniyum.com/go.php?id=556115>
Глава 3 , №№ 3.2-3.10 четные. Гл. 4, 4.2 – 4.12. Гл. 8, 8.4.- 8.20. Гл. 10, 10.2-10.4

Контрольные вопросы: как задаются ортогональные базисы, в чем суть процесса ортогонализации, что называется евклидовым пространством, что такое топологическое линейное пространство, что такое нормированное пространство, что такое гильбертово пространство, что такое банаховы пространства, в чем суть теоремы об изоморфизме, что такое функционал? и.т.д.

Тема 4. Линейные операторы и линейные функционалы. (ПК-9, ПК-12)

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

Примерные задачи для решения в аудитории: решать задачи по выбору преподавателя из книги:

Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniyum.com/go.php?id=556115>
Глава 9 , №№ 9.2-9.22 (четные).

Контрольные вопросы: как определяются функционалы, что называется линейным оператором, что такое сходимость по топологии, что такое сопряженное пространство, что такое обратный оператор, что такое сопряженный оператор, что такое сумма и произведение операторов? и.т.д.

Тема 5. Мера и интеграл Лебега. (ПК-9, ПК-12)

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

Примерные задачи для решения в аудитории: решать задачи по выбору преподавателя из книги:

Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniy.com/go.php?id=556115>
Глава 3, §§ 3.12-3.16. Гл. 4. 4.-2 -4.10

Контрольные вопросы: как задаются меры множества, что называется измеримой функцией, что такое сходимость по мере, что такое интеграл Лебега, что называется прямым произведением множеств, что такое предельный переход под знаком интеграла Лебега, что такое интеграл с переменным верхним пределом его аналоги в интеграле Лебега, аналогии с теоремой Барроу, теорема Радона-Никодима, что такое интеграл Стильеса, что такое интеграл Римана-Стильеса? и.т.д.

Тема 6. Пространство суммируемых функций: пространство L_1 . (ПК-9, ПК-12)

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

Примерные задачи для решения в аудитории: решать задачи по выбору преподавателя из книги:

Ревина С.В. Функциональный анализ в примерах и задачах : учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета (ЮФУ), 2009. - 120 с. - ISBN 9785927506835. - Ссылка на ресурс: <http://new.znaniy.com/go.php?id=556115>
Глава 4 , §§ 4.16-4.20.

Контрольные вопросы: что называется пространством L_1 : определение, свойства, примеры, что называется пространством L_2 : определение, свойства, примеры, система тригонометрических функций, напоминание об ортонормированных системах, многочлены Лежандра, что называется сходимостью ряда и условия сходимости ряда Фурье? и.т.д.

Тема 7. Преобразование Фурье. (ПК-9, ПК-12)

Форма проведения – решение и обсуждение вопросов и задач.

Примерные задачи для решения в аудитории: решать задачи по выбору преподавателя.

Контрольные вопросы: суть теоремы Фейера, что называется преобразованием Фурье: определение, свойства, примеры, что такое свертка функций, преобразование Фурье в специальных пространствах? и.т.д.

Приложения

Приложение 1

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Функциональный анализ» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: обучение студента фундаментальным методам теории метрических пространств, теории операторов, теории мер и их приложений в смежных областях.

Задачи: научить студента двойному зрению: с одной стороны следить за внутренней логикой развития теории множеств, общей теории непрерывных отображений метрических и топологических пространств, линейных пространств и функционалов и операторов на них, чистой теории меры и интегрирование в общих «пространствах с мерой», с другой – не упускать из виду обслуживаемую этими более абстрактными областями математики проблематики классического и даже прикладного анализа.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ПК-9 - способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат;
- ПК-12 - способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: фундаментальные методы теории метрических пространств, основы теории операторов, теории мер и их приложений в смежных областях;

Уметь: решать задачи функционального анализа с учетом прикладных задач;

Владеть: навыками решения тематических задач курса.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №1	20.06.18	13
2	Приложение к листу изменений №2	28.06.19	13
3	Приложение к листу изменений №3	22.06.20	13

1. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2018г.)*Таблица 1*

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п.6.2 на 2018г.)*Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis Электронные издания издательства Springer
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

1. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2019г.)*Таблица 1*

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/ Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п.6.2 на 2019г.)*Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

1. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)

Таблица 1

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

3. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)

Таблица 2

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/ Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
4	Zoom	Zoom	лицензионное