

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»**

**(РГГУ)**

**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ**

Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль) Прикладная математика

Уровень квалификации выпускника - бакалавр

Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2018

# ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

Д.пед.н., проф. *Жаров В.К.*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№ 13 от 20.06.18

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

#### 1.1 Цель и задачи дисциплины

#### 1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

#### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

#### 5.1. Система оценивания

#### 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

#### 5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

#### 6.1. Список источников и литературы

#### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **9. Методические материалы**

#### 9.1. Планы практических занятий

## **Приложения**

#### Приложение 1. Аннотация дисциплины

#### Приложение 2. Лист изменений

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* ознакомление студента с инфинитезимальными методами, теорией меры, множеством действительных функций одной и многих переменных, а также методами математического анализа, в основе которых находится теория построения теории действительных чисел.

*Задачи дисциплины:* воспитание у будущего специалиста мышления с использованием бесконечно малых и больших величин, знание теории об основаниях математического анализа и развития математической наблюдательности.

### 1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

Коды компетенций	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-2	способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования	<p><i>Знать:</i> основные положения теории пределов и непрерывных функций, основные представления действительной прямой, теории пределов;</p> <p><i>Уметь:</i> определять возможности применения теоретических положений и методов теории пределов для постановки и решения конкретных прикладных задач; пользоваться полученной теорией для исследований функций;</p> <p><i>Владеть:</i> стандартными методами и моделями теории пределов и их применением к решению прикладных задач; принципами анализа, навыками рассуждений в области анализа поведения функций.</p>

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория функций действительной переменной» относится к базовой части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и навыки, компетенции, сформированные в ходе изучения школьного курса математики, а также следующих дисциплин: «Введение в математический анализ».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Дифференциальные уравнения», «Теория интегралов и неявных функций», «Функциональный анализ».

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 70 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	С <sub>э</sub> С <sub>л</sub>	Виды учебной работы (в часах)	Формы текущего контроля успеваемости,
-------	------------------------	----------------------------------	----------------------------------	--

			Контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Лекции	Практические занятия			
1	Тема 1. Действительные числа. Основные понятия математического анализа. Построение действительных чисел по Дедекинду, Коши и аксиоматически.	3	4	8		14	Опрос
2	Тема 2. Понятие функции одной переменной. Пределы последовательностей.	3	4	4		14	Опрос. Расчетно-графическая работа №1 (РГР №1)
3	Тема 3. Непрерывность функций. Основные теоремы о непрерывных функциях в точке и на отрезке	3	6	6		14	РГР №2.
4	Тема 4. Множество измеримых функций, понятие измеримости. Приложения к исчислениям и их построение как отдельных теорий.	3	4	6		14	Коллоквиум. Защита РГР №1.
5	Тема 5. Функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости и его приложение к определению поведения функции в точке и на отрезке.	3	6	8		14	Защита РГР №2
6	Экзамен	3			18		Экзамен по билетам
	<b>Итого:</b>		<b>24</b>	<b>32</b>	<b>18</b>	<b>70</b>	

### 3. Содержание дисциплины

#### Тема 1. Действительные числа. Основные понятия математического анализа.

##### Построение действительных чисел по Дедекинду, Коши и аксиоматически.

Повторение понятий математического анализа средней школы.

Элементы теории абстрактных множеств. Числовые множества. Множество действительных чисел. Модуль действительного числа: определение, свойства.

Построение действительных чисел по Дедекинду, Коши и аксиоматически.

#### Тема 2. Понятие функции одной переменной. Предел последовательностей.

Последовательности: определение, свойства последовательностей. Пределы последовательностей: определение предела последовательности, свойства, теоремы.

Понятие предела числовой последовательности. Предел монотонной последовательности.

Число  $e$ . Лемма о вложенных промежутках (отрезков). Принцип сходимости. Лемма

Больцано-Вейерштрасса. Определение функции и ее график. Элементарные функции: рациональные, тригонометрические, степенные, показательные и логарифмические. Суперпозиция функций и обратные функции. Принцип вложенных отрезков на комплексной плоскости. Теорема Больцано-Вейерштрасса на комплексной плоскости. Теорема Бореля-Лебега.

Элементарные функции: рациональные, тригонометрические, степенные, показательные и логарифмические. Суперпозиция функций и обратные функции. Максимум и минимум функции на отрезках. Функции заданные неявно.

### **Тема 3. Непрерывность функций. Основные теоремы о непрерывных функциях в точке и на отрезке**

Определение непрерывности функции в точке и на отрезке. Непрерывность элементарных функций. Теоремы Коши о нуле и промежуточных значениях непрерывных функций. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывных функций и о ее максимальных и минимальных значениях. Неравенство Йенсена. Равнотепенная непрерывность непрерывных функций на отрезке. Разрывные функции и типы разрывов. Кусочно-непрерывные функции. Понятие измеримых функций по Лебегу.

### **Тема 4. Множество измеримых функций, понятие измеримости. Приложения к исчислениям и их построение как отдельных теорий.**

Понятие измеримых множеств. Идеи аппроксимации. Мера Жордана: определение, свойства, примеры объектов измеримых по Жордану. Мера Лебега: определение, свойства. Основные понятия дифференциального исчисления. Правила дифференцирования. Геометрический и физический смыслы основных понятий дифференциального исчисления. Производные от различно заданных функций.

### **Тема 5. Функции нескольких переменных и их дифференцирование. Понятие дифференцируемости и его приложение к определению поведения функции в точке и на отрезке.**

Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Функциональная зависимость от двух переменных и их графическое изображение. Обобщение на трехмерное и  $n$ -мерное арифметическое пространство. Непрерывные функции  $n$  переменных. Функции непрерывные в замкнутой области. Перенесение теорем Коши, Больцано-Вейерштрасса и Вейерштрасса для непрерывных функций для одной переменной на непрерывные функции от  $n$  переменных. Лемма Бореля о конечном покрытии для ограниченных замкнутых областей.

## **4. Образовательные технологии**

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Тема 1. Действительные числа. Основные понятия математического анализа. Построение действительных чисел по Дедекинду, Коши и аксиоматически.	Лекция Практические занятия Самостоятельная работа	Дискуссия Решение и обсуждение задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
2	Тема 2. Понятие функции одной переменной. Пределы последовательностей.	Лекция Практические занятия Самостоятельная	Лекция-беседа Решение и обсуждение задач Консультирование и проверка домашних

		работа	заданий посредством электронной почты
3	Тема 3. Непрерывность функций. Основные теоремы о непрерывных функциях в точке и на отрезке	Лекция Практические занятия Самостоятельная работа	Дискуссия Решение и обсуждение задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
4	Тема 4. Множество измеримых функций, понятие измеримости. Приложения к исчислениям и их построение как отдельных теорий.	Лекция Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение и обсуждение задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
5	Тема 5. Функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости и его приложение к определению поведения функции в точке и на отрезке.	Лекция Практические занятия Самостоятельная работа	Лекция-беседа Решение и обсуждение задач Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - Расчетно-графическая работа №№1,2 - Коллоквиум - Опрос	16 баллов 16 баллов 6 баллов	32 балла 16 баллов 12 баллов
Промежуточная аттестация (Экзамен по билетам)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину) Экзамен		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

Таблица соответствия баллов (ECTS) в традиционной шкале			
100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82			C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

### 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p>



Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Текущий контроль

#### Примерные задания расчетно-графической работы №1:

Вариант №1

- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 27}$
- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 1}{16 - x^3}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^6 - 12x^5 + \sqrt{7}}{1 - x^5}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 10x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{49x^2 + 1} - 7x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{4x}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^4} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}}$

Вариант №2

- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 11x - 40}{0,4(x - 2)}$
- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + x^3}{x - x^3}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{-4 + 4x - x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^4 + x^2 + x + 1}{1 - 5x^4}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{5 \sin x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (9x - \sqrt{81x^2 + 1})$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin 2x}$

#### Примерные задания к коллоквиуму:

1.1. Среди графиков, приведенных на рис. 1.1, указать ВСЕ, соответствующие формуле

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$$

1.2. Среди графиков, приведенных на рис. 1.1, указать ВСЕ, соответствующие формуле

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$$

1.3. Среди графиков, приведенных на рис. 1.1, указать ВСЕ, соответствующие формуле

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$$

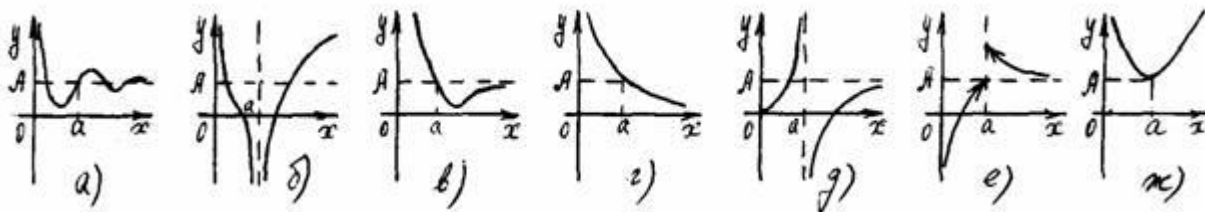


Рисунок 1.1

1.4. Указать ВСЕ утверждения, справедливые для графика функции, изображенного на рис. 1.2

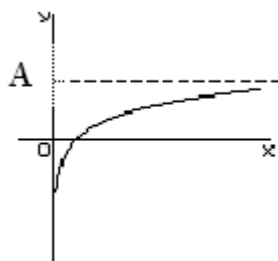


Рисунок 1.2

- а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$     б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$     в)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$   
 г)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$     д)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = A$     е)  $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0$

1.5. Если  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$ , то  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$  равен:

- а) 3; б) -3; в) 0; г); д) не существует.

1.6. Если  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ , то  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$  равен

- а) 3; б) -3; в) 0; г)  $\infty$ ; д) не существует.

1.7. Если  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$ , то  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$  равен:

- а) 3; б) -3; в) 0; г)  $\infty$ ; д) не существует.

1.8. Если  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  и  $f(x)$  — четная, то  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  равен:

- а) 3; б) -3; в) 0; г)  $\infty$ ; д) не существует.

1.9. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \sin \frac{1}{x-2}$ .

а) 1; б)  $-1$ ; в) 0; г)  $-\infty$ ; д) не существует.

1.10. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$ .

а) 1; б)  $-1$ ; в) 0; г)  $\infty$ ; д) не существует.

1.11. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$ .

а) 1; б)  $-1$ ; в) 0; г)  $\infty$ ; д) не существует.

1.12. Дано  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1\,000\,000\,000$ . Укажите ВСЕ верные утверждения:

а)  $f(x)$  ограничена в окрестности точки  $x = 2$ ;

б)  $f(x)$  – бесконечно большая при  $x \rightarrow 2$ ;

в)  $\frac{f(x)}{2} \rightarrow 500\,000\,000$  при  $x \rightarrow 2$ ;

г)  $\frac{1}{f(x)}$  – бесконечно малая при  $x \rightarrow 2$ .

1.13. Известно, что при  $x \rightarrow 0$   $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые и  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1000$ .  
Какое из следующих утверждений верно при  $x \rightarrow 0$ ?

а)  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  эквивалентны;

б)  $\alpha(x)$  более высокого порядка малости, чем  $\beta(x)$ ;

в)  $\alpha(x)$  более низкого порядка малости, чем  $\beta(x)$ ;

г)  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  одного порядка малости.

1.14. Известно, что при  $x \rightarrow x_0$  бесконечно малые  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  эквивалентны ( $\alpha(x) \cong \beta(x)$ ), Какое из следующих утверждений верно при  $x \rightarrow x_0$ ?

а)  $\alpha(x)$  более высокого порядка малости, чем  $\beta(x)$ ;

б)  $\alpha(x)$  более низкого порядка малости, чем  $\beta(x)$ ;

в)  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  одного порядка малости;

г)  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  нельзя сравнивать.

1.15. При  $x \rightarrow 1$  укажите ВСЕ верные утверждения:

а)  $\sin x \sim x$ ;

б)  $\sin(x-1) \sim (x-1)$ ;

в)  $\sin(x+1) \sim (x+1)$ ;

г)  $\sin(1/x) \sim (1/x)$ .

1.16. Вычислить  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} - \frac{4}{n^2} + \dots - \frac{2n}{n^2} \right) \cdot (n+1)$ .

а) 1; б) -1; в) 0; г)  $\infty$ .

### Примерные задания для расчетно-графической работы №2:

Вариант 1

1. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$ .

2. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}$ .

3. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \arctg 3x + 4\sqrt{\lg^5 7x}}$ .

4. Найти левый и правый пределы функции  $f(x) = \frac{2+x}{4-x^2}$  в точке  $x = 2$ .

5. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sqrt{3 \sin x + (2x - \pi) \sin \frac{x}{2x - \pi}}$ .

6. Верно ли, что  $(\sqrt[5]{1-3x^2} - 1) \sin 6x = o(1 - 8^{tg 3x})$  при  $x \rightarrow 0$ ? Обосновать.

7. Найти главную часть функции  $f(x) = \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^5}$  вида  $Ax^\alpha$  при  $x \rightarrow 0$ .

8. Доказать «на языке приращений», что функция  $f(x) = 5x^2 + x + 1$  непрерывна в любой точке  $x_0$ .

9. Найти точки разрыва функции  $f(x) = -\frac{1}{x^2(x+4)}$  определить их тип и построить схематический график.

Ответы:

1. а)  $\frac{2}{3}$ , б)  $\frac{1}{4}$ , в)  $\frac{3}{4}$
2. а)  $-2\ln 2$ , б)  $3\ln 2$ , в)  $2\ln 3$
3. а)  $2\ln 2 - 3\ln 7$ , б)  $3\ln 5 - 2\ln 7$ , в)  $2\ln 5 - 7\ln 2$
4. а)  $-\infty, +\infty$  б)  $-\infty, -\infty$  в)  $+\infty, -\infty$
5. а)  $-2$ , б)  $2$ , в)  $1$
6. 1. Неверно, 2. Верно.
7. а)  $-\frac{3}{2x^3}$ , б)  $\frac{3}{2x^3}$ , в)  $\frac{3}{2x^2}$ .
9. 1.  $x=0$ ,  $x=-4$  – точки разрыва первого рода;  
 2.  $x=0$ ,  $x=-4$  – точки устранимого разрыва первого рода;  
 3.  $x=0$ ,  $x=-4$  – точки разрыва второго рода.

### **Примерный вариант контрольной работы**

1. Сколько и каких подмножеств имеет множество  $A = \{a, b, c, d\}$ .
2. Сколько подмножеств имеет множество  $A$ , состоящее из  $n$  элементов.
3. Докажите, что:  
 А.  $A \setminus B = A \cap \bar{B}$ ;  
 В. Формулы Муавра.
4. Докажите, верно ли, что отрезок  $[0;1]$  равномошен  $\square$ .

### **Промежуточная аттестация**

#### **Примерные контрольные вопросы по курсу**

1. Рациональные числа и действия над ними.
2. Построение множества действительных чисел по Дедекинду
3. Понятие сечения в множестве рациональных чисел и введение действительных чисел.
4. Операции сложения и умножения в действительных числах и их свойства.
5. Построение множества действительных чисел по Коши.
6. Построение множества действительных чисел аксиоматически. Аксиомы Цермело, Цорна.
7. Представление действительных чисел бесконечными десятичными и двоичными последовательностями.
8. Понятие предела числовой последовательности. Предел монотонной последовательности.
9. Лемма о вложенных промежутках. Принцип сходимости.
10. Счетные множества, не более чем счетные.
11. Теорема Г.Кантора.
12. Арифметика мощностей. Канторовская дорога.
13. Диагональный метод кантора и его приложения к различным областям знания.
14. Лемма Больцано-Вейерштрасса.

15. Определение функции и ее график. Элементарные функции: рациональные, тригонометрические, степенные, показательные и логарифмические.
16. Мера Жордана
17. Мера Лебега.
18. Методы аппроксимаций.
19. Суперпозиция функций и обратные функции.
20. Определение непрерывности функции в точке и на отрезке.
21. Непрерывность элементарных функций.
22. Теоремы Коши о нуле и промежуточных значениях непрерывных функций.
23. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывных функций и о ее максимальных и минимальных значениях.
24. Равностепенная непрерывность непрерывных функций на отрезке.
25. Разрывные функции и типы разрывов. Кусочно-непрерывные функции.
26. Непрерывные функции  $n$  переменных.
27. Функции непрерывные в замкнутой области.
28. Перенесение теорем Коши, Больцано-Вейерштрасса и Вейерштрасса для непрерывных функций для одной переменной на непрерывные функции от  $n$  переменных.
29. Лемма Бореля о конечном покрытии для ограниченных замкнутых областей.
30. Неявные функции от одной переменной. Неявные функции от нескольких переменных. Якобиан. Теорема о существовании неявных функций.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1. Список источников и литературы**

#### **Литература**

##### *Основная*

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 4-е, стер. - М.: Лань, 2004. - Ч. 1. - 2004. - 440 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 4-е, стер. - М.: Лань, 2004. - Ч. 2. - 2004. - 463 с.
3. Краснова С. А. Основы математического анализа : учеб. пособие / С. А. Краснова, В. А. Уткин ; [отв. ред. В. В. Кульба ; Федер. агентство по образованию, Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "Рос. гос. гуманитарный ун-т"]. - М.: РГГУ, 2010. - 557 с.: рис.
4. Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.

##### *Дополнительная*

1. Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник для студентов физ. и мех.-мат. специальностей вузов / С. М. Никольский. - 5-е изд., перераб. - М. : Физматлит : Лаб. базовых знаний, 2000. - 591 с.

### **6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Курс лекций по математическому анализу: [https://mipt.ru/dasr/upload/634/f\\_3kgr9r-arphh81ii9w.pdf](https://mipt.ru/dasr/upload/634/f_3kgr9r-arphh81ii9w.pdf)

Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis Электронные издания издательства Springer
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

### Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы



## 9.1. Планы практических занятий

### Тема 1. Действительные числа. Основные понятия математического анализа.

#### Элементы теории множеств.

*Цель занятий:* Повторение основных понятий математического анализа. Решение типовых задач.

Форма проведения – решение и обсуждение задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* задания 1.28 – 1.94 (четные) [Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.]

*Контрольные вопросы:* как задаются множества, что значит элемент данного множества, каковы операции над множествами, что значит модуль вещественного числа, что такое числовые множества, какие способы задания числовых множеств Вы знаете, способы задания вещественного множества, что такое точная верхняя и точная нижние грани множества? и т.д.

### Тема 2. Предел последовательностей.

*Цель занятий:* закрепление на практике понятия предела последовательностей.

Форма проведения – решение и обсуждение задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* задания 1.214 – 1.260 (четные) [Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.]

*Контрольные вопросы:* основные методы поиска пределов последовательностей, что такое предел последовательности, способы задания последовательностей, второй замечательный предел, основные свойства пределов последовательностей? И т.д.

### Тема 3. Предел функции одной переменной.

*Цель занятий:* освоить методы вычисления пределов функций, знать основные виды неопределенностей и способы их устранения, основные пределы функций.

Форма проведения – решение и обсуждение задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* задания 1.262 – 1.376 (четные) [Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.]

*Контрольные вопросы:* определение предела функции при всяком стремлении аргумента, что такое неопределенность, первый замечательный предел, что такое бесконечно малая и бесконечно большая функции, таблица эквивалентностей? И т.д.

### Тема 4. Непрерывность функций.

*Цель занятий:* освоить методы доказательства непрерывности функции в точке, знать основные четыре типа определения непрерывности функции в точке, основные свойства непрерывных функций в точке и на отрезке.

Форма проведения – решение и обсуждение задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* задания 1.378 -1.416 (четные) [Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.]

*Контрольные вопросы:* определения непрерывности функций в точке, определение непрерывности функции на отрезке, основные свойства непрерывных функций в точке, основные свойства функций непрерывных на отрезке, непрерывность функции заданных

на областях, что значит непрерывная функция от комплексной переменной (первая итерация к определению)? И т.д.

**Тема 5. Множество измеримых функций, понятие измеримости. Пропедевтика этого понятия.**

*Цель занятия:* Уточнить основные определения, известные со школы, познакомить с новыми, повторить правила дифференцирования.

Форма проведения – решение и обсуждение задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* задания 1.522 – 1.556 (нечетные) [Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.]

*Контрольные вопросы:* дать определения основных понятий дифференциального исчисления, рассматриваемые на лекции, ответить полученными заданиями при выполнении аудиторной работы.

**Тема 6. Функции нескольких переменных и их дифференцирование.**

*Цель занятия:* пропедевтика понятия функции многих переменных, обсуждения соответствий в теориях функций одной и многих переменных.

Форма проведения – решение и обсуждение задач.

*Примерные задачи для решения в аудитории:* задания 1.522 – 1.556 (четные) [Сборник задач по математике для втузов: В 4 ч. - М.: Наука. Ч.1: Линейная алгебра и основы математического анализа/ Болгов В. А., Демидович Б. П., Ефимов А. В., Каракулин А. Ф., Коган С. М. - 1993. - 478 с.]

*Контрольные вопросы:* что такое функция многих переменных, каковы определения предела функции в точке и непрерывность функции многих переменных в точке, основные свойства? И т.д.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

#### АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория функций действительной переменной» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: ознакомление студента с инфинитезимальными методами, теорией меры, множеством действительных функций одной и многих переменных, а также методами математического анализа, в основе которых находится теория построения теории действительных чисел.

Задачи: воспитание у будущего специалиста мышления с использованием бесконечно малых и больших величин, знание теории об основаниях математического анализа и развития математической наблюдательности.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 - способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* основные положения теории пределов и непрерывных функций, основные представления действительной прямой, теории пределов;

*Уметь:* определять возможности применения теоретических положений и методов теории пределов для постановки и решения конкретных прикладных задач; пользоваться полученной теорией для исследований функций;

*Владеть:* стандартными методами и моделями теории пределов и их применением к решению прикладных задач; принципами анализа, навыками рассуждений в области анализа поведения функций.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №1	28.06.19	13
2	Приложение к листу изменений №2	22.06.20	13

**1. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2019г.)***Таблица 1*

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/ Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

**2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п.6.2 на 2019г.)***Таблица 2*

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

**1. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)**

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

**2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)**

Таблица 1

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

**3. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)**

Таблица 2

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/ Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
4	Zoom	Zoom	лицензионное